ഗണിതശിൽപശാല

ഡയറ്റ് വയനാട്

2010 ആഗസ്റ്റ് 3,4,5

ഡയറ്റ് വയനാട്

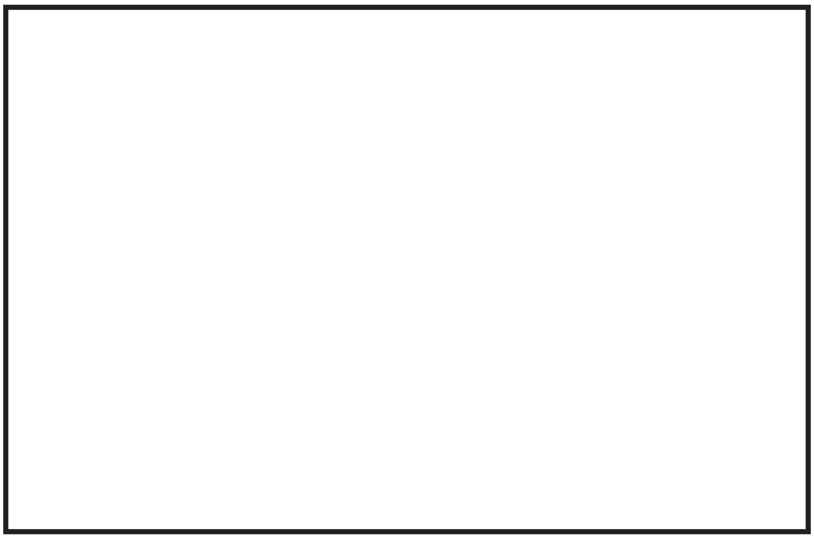
ഗണിതപഠനസഹായി

ക്ലാസ് 5,6,7

2011–12

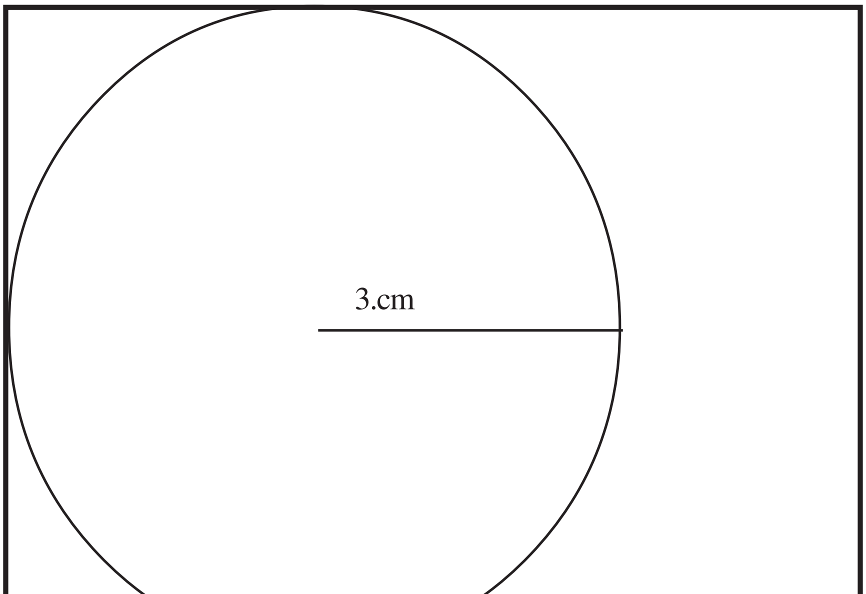
ഗണിതം

8 സെ.മി. നീളവും 6 സെ.മി വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിൽ നിന്ന് വെട്ടിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?



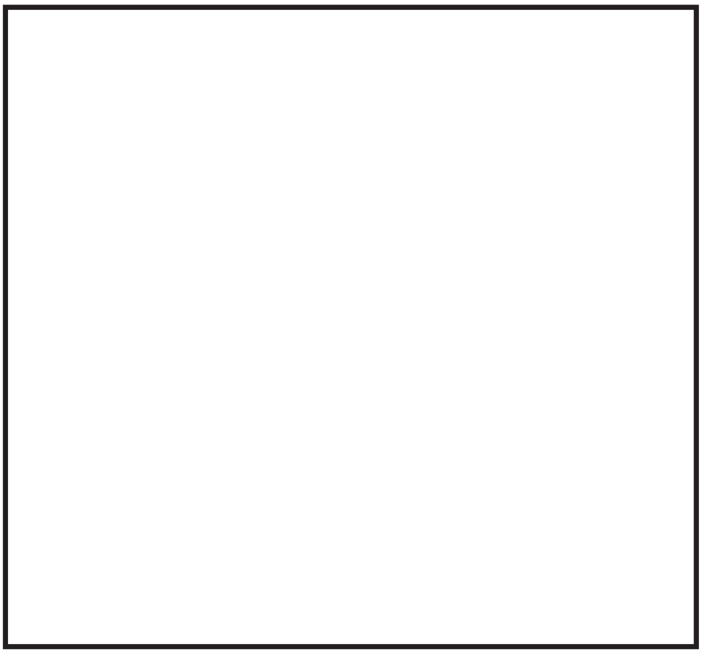
ഗണിതം

8 സെ.മി. നീളവും 6 സെ.മി വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിൽ നിന്ന് വെട്ടിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?



ഗണിതം

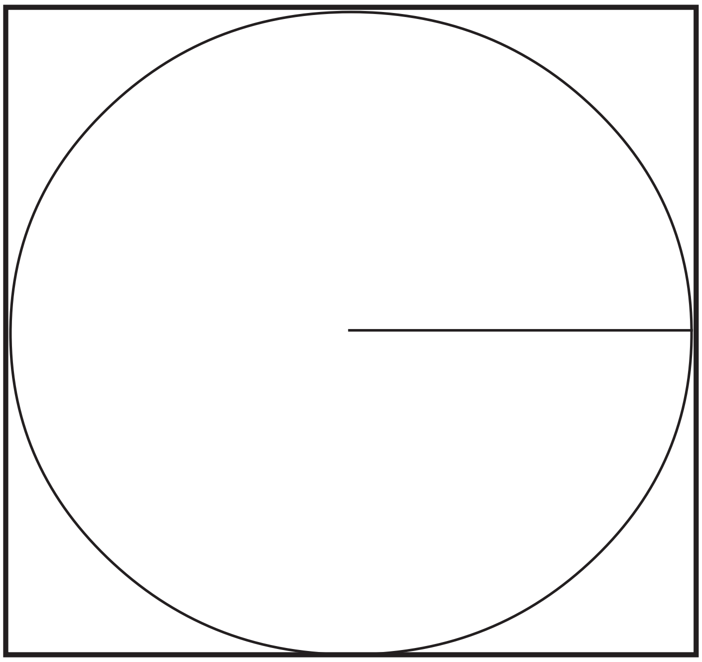
6X6cm സമചതുരത്തിൽ നിന്ന് വെട്ടിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?



6 - ാം തരം

ഗണിതം

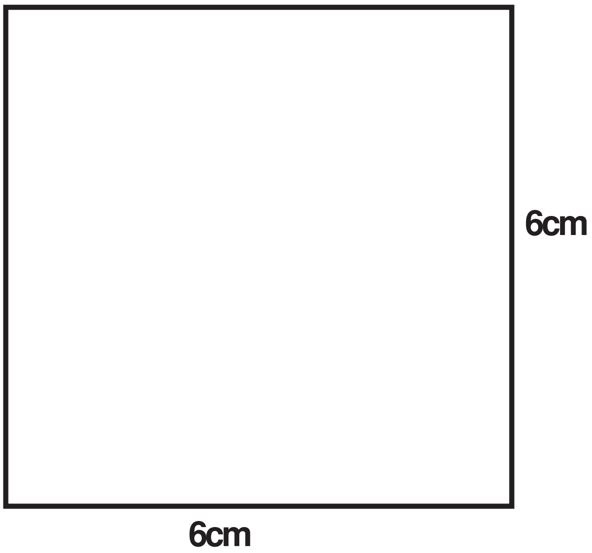
6X6cm സമചതുരത്തിൽ നിന്ന് വെട്ടിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?



ഗണിതം

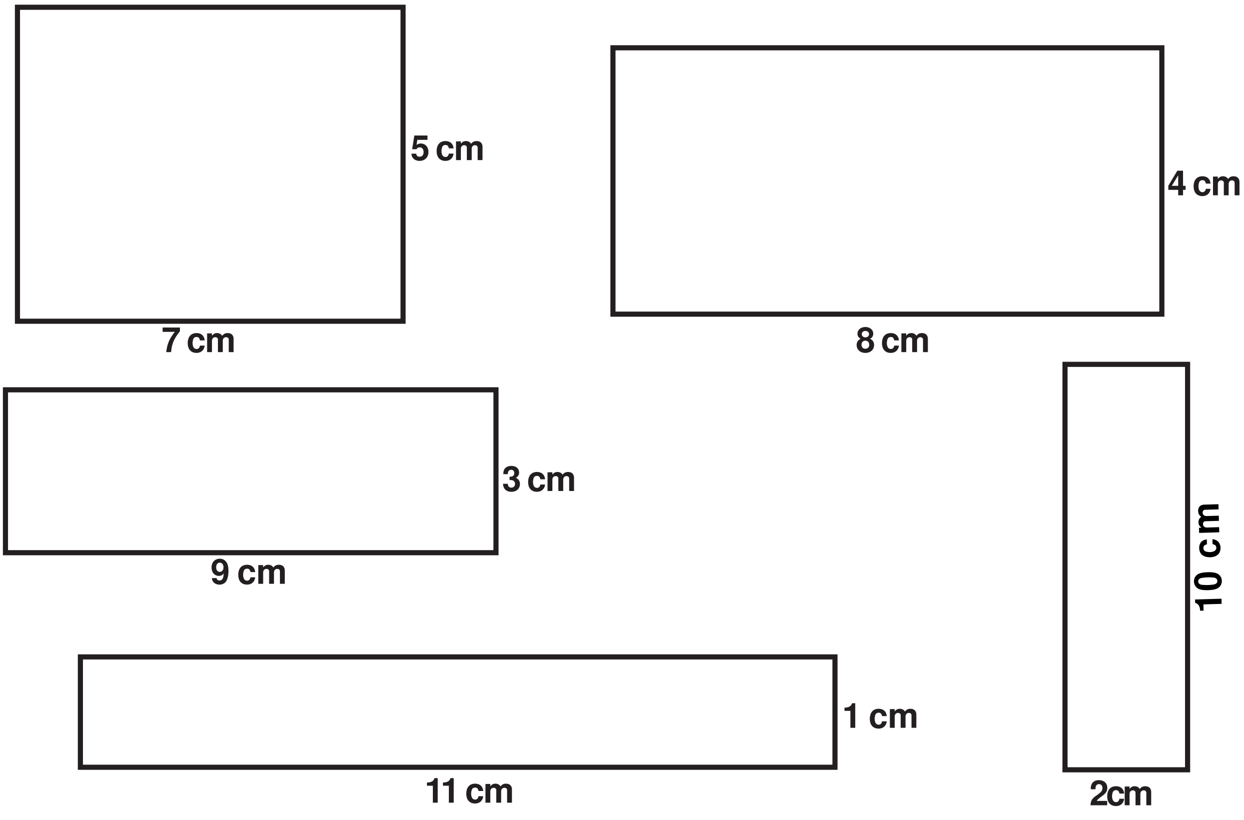
24 സെ.മി ചുറ്റളവുള്ള ഒരു സമചതുരത്തെ അതേ ചുറ്റളവുള്ള വ്യത്യസ്ത ചതുരങ്ങളായി മാറ്റുക.

5–ാം തരം അകവും പുറവും

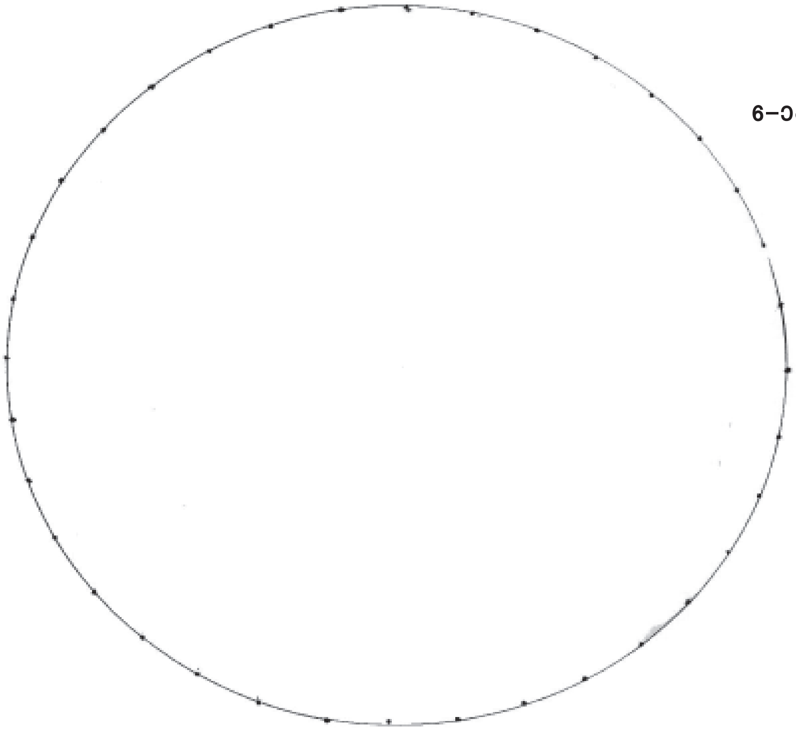


ഗണിതം

24 സെ.മി ചുറ്റളവുള്ള ഒരു സമചതുരത്തെ അതേ ചുറ്റളവുള്ള വ്യത്യസ്ത ചതുരങ്ങളായി മാറ്റുക.

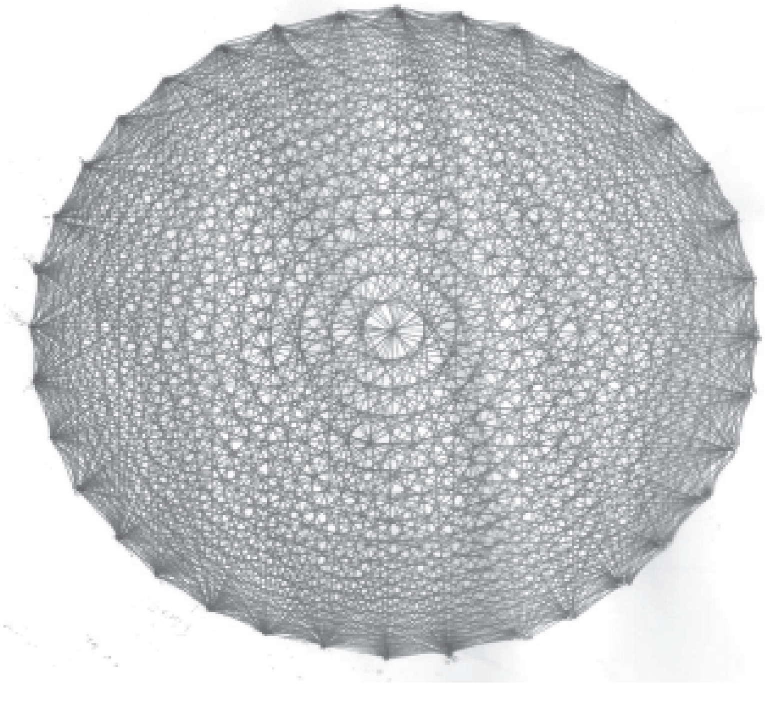


മാന്ത്രിക വട്ടം



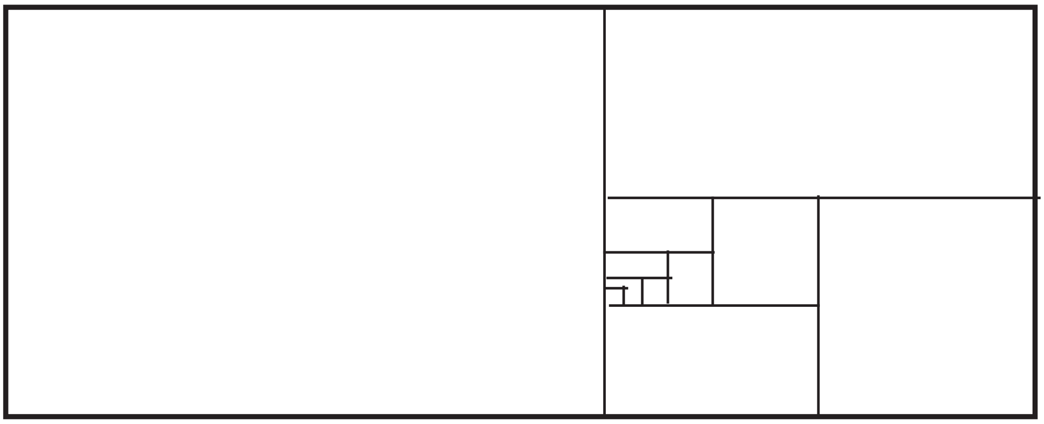
6–ാം തരം

മാന്ത്രിക വട്ടം



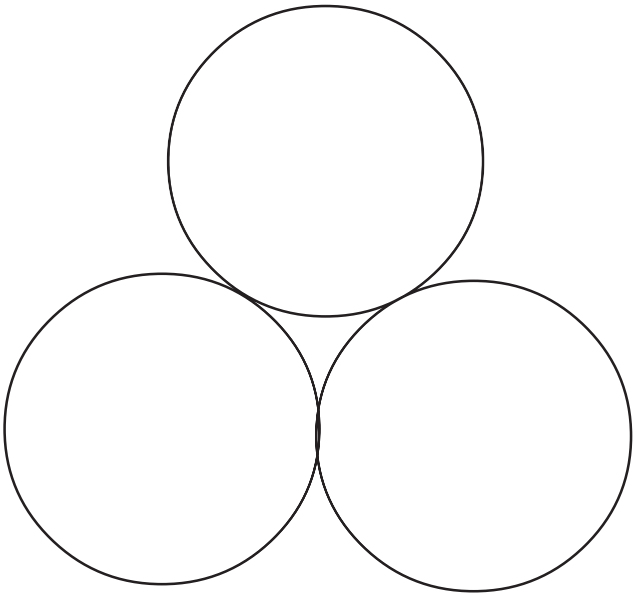
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പകുതി, പകുതിയുടെ പകുതി, അതിന്റെ പകുതി എന്നിങ്ങനെ പോകുന്നത് എങ്ങനെ ചിത്രീകരിക്കാം

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പകുതി, പകുതിയുടെ പകുതി, അതിന്റെ പകുതി എന്നിങ്ങനെ പോകുന്നത് എങ്ങനെ ചിത്രീകരിക്കാം

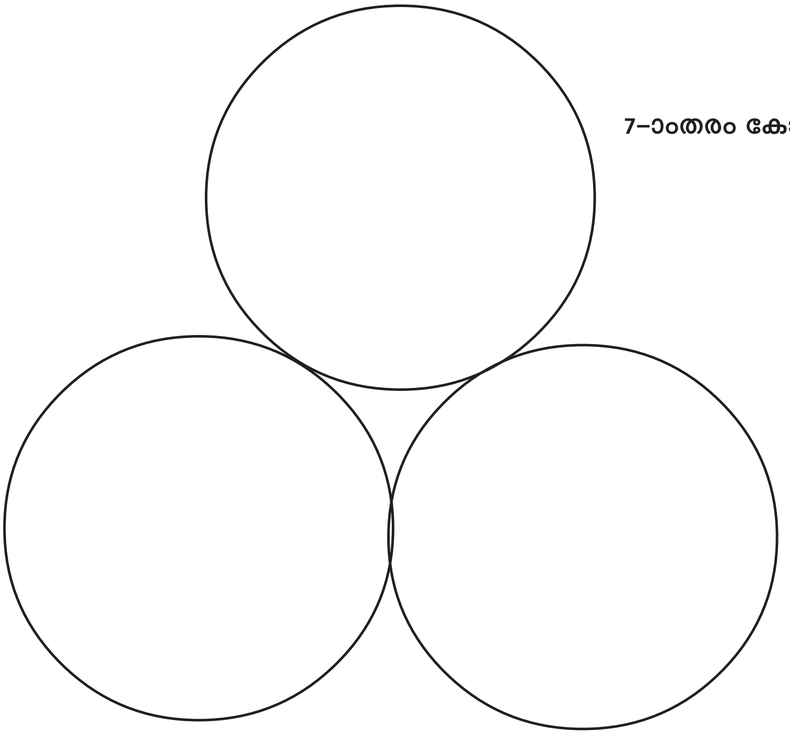


ഒരേ ആരമുള്ള പരസ്പരം കൂട്ടിമുട്ടുന്ന 3 വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ചാൽ ഏതുതരം ത്രികോണമാണ് ലഭിക്കുക.

7–ാം തരം കോണുകൾ

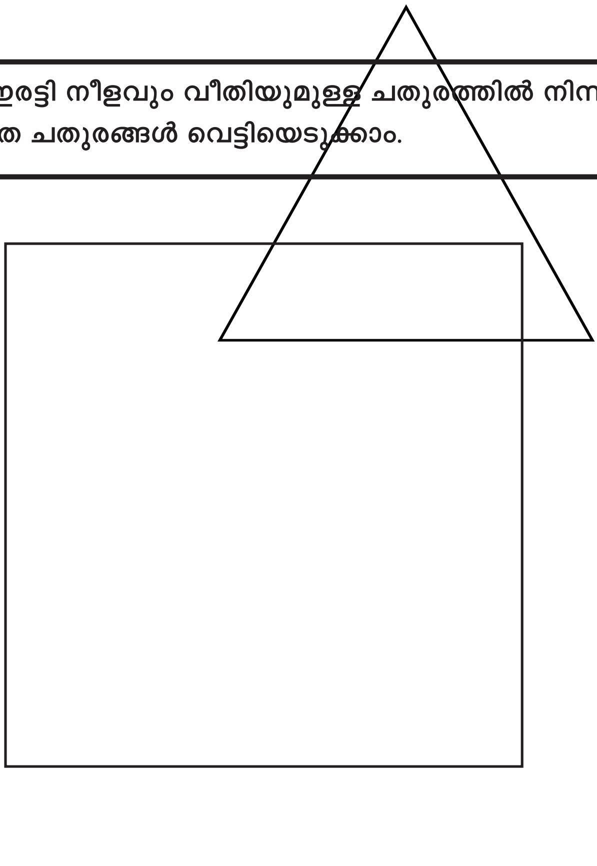


ഒരേ ആരമുള്ള പരസ്പരം കൂട്ടിമുട്ടുന്ന 3 വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ചാൽ ഏതുതരം ത്രികോണമാണ് ലഭിക്കുക.

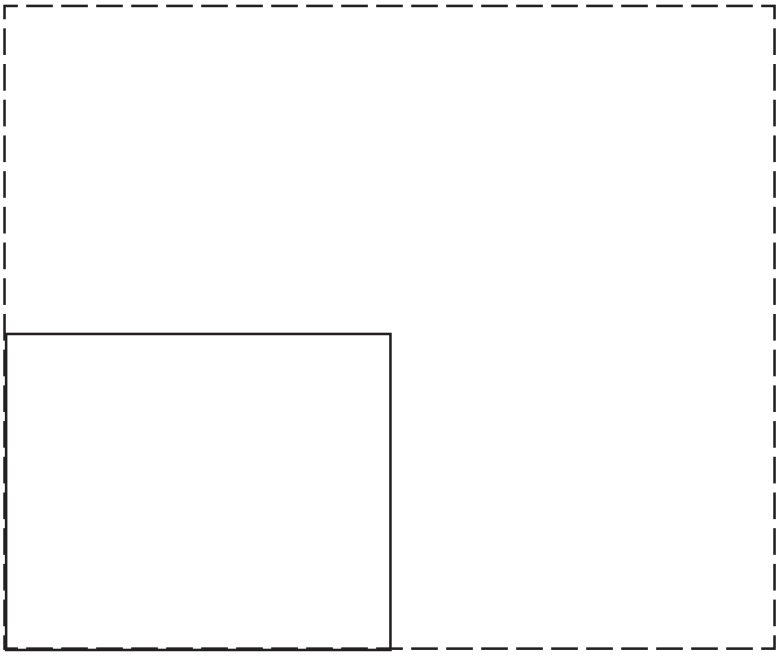


7–ാംതരം കോണുകൾ

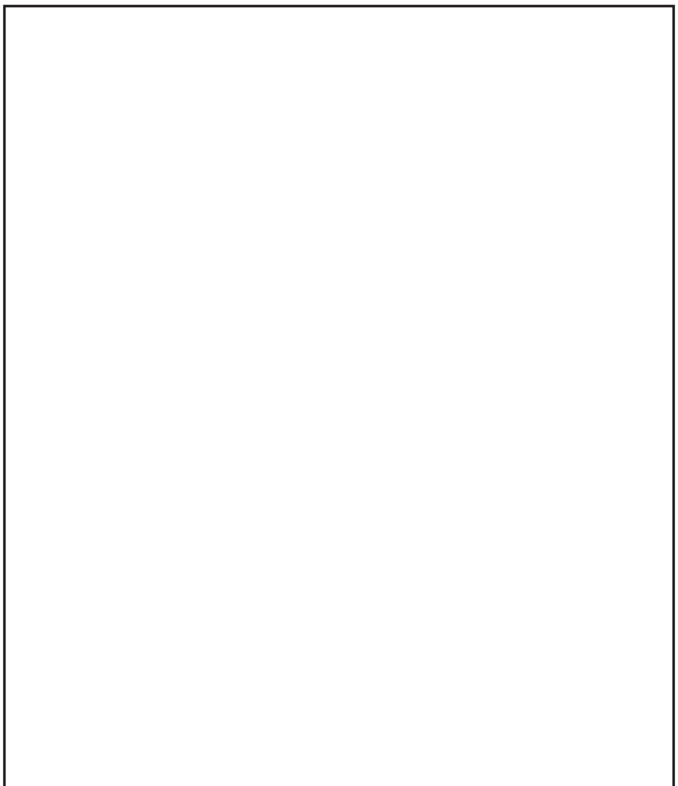
തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ ഇരട്ടി നീളവും വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിൽ നിന്ന് ആദ്യത്തെ ചതുരത്തിന്റെ വലുപ്പമുള്ള എത്ര ചതുരങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കാം.



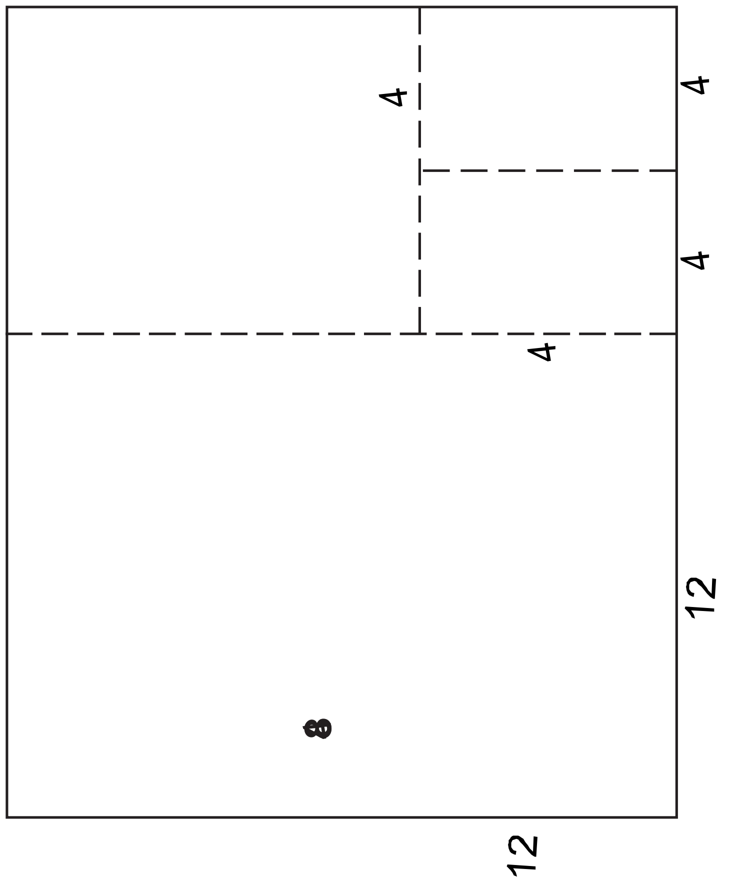
തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ ഇരട്ടി നീളവും വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിൽ നിന്ന് ആദ്യത്തെ ചതുരത്തിന്റെ വലുപ്പമുള്ള എത്ര ചതുരങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കാം.



20 സെ.മീ നീളവും 12 സെ.മീ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിൽ നിന്ന് 4 സമചതുരങ്ങൾ വെട്ടി യെടുക്കുക. (ബാക്കി വരാൻ പാടില്ല)



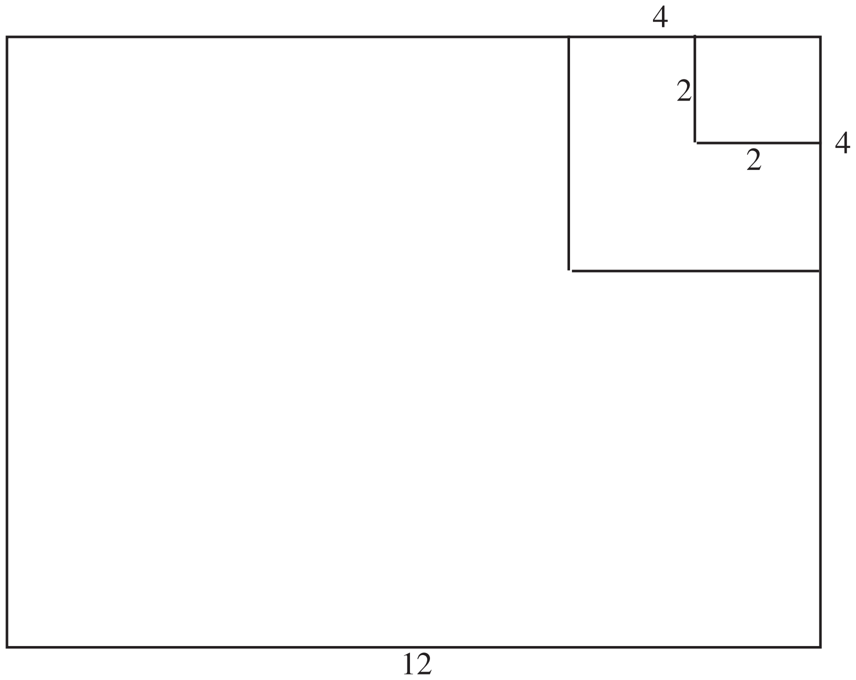
20 സെ.മീ നീളവും 12 സെ.മീ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിൽ നിന്ന് 4 സമചതുരങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കുക. (ബാക്കി വരാൻ പാടില്ല)



12 സെ.മീ വശമുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നു. അതിൽ 4 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരങ്ങൾ നിറക്കുന്നു. അവയുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കുക. 4 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരങ്ങളെ 2 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരം കൊ് നിറക്കുന്നു. 2 സെ.മി വശമുള്ള എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉന്നെു കണക്കാക്കുക.

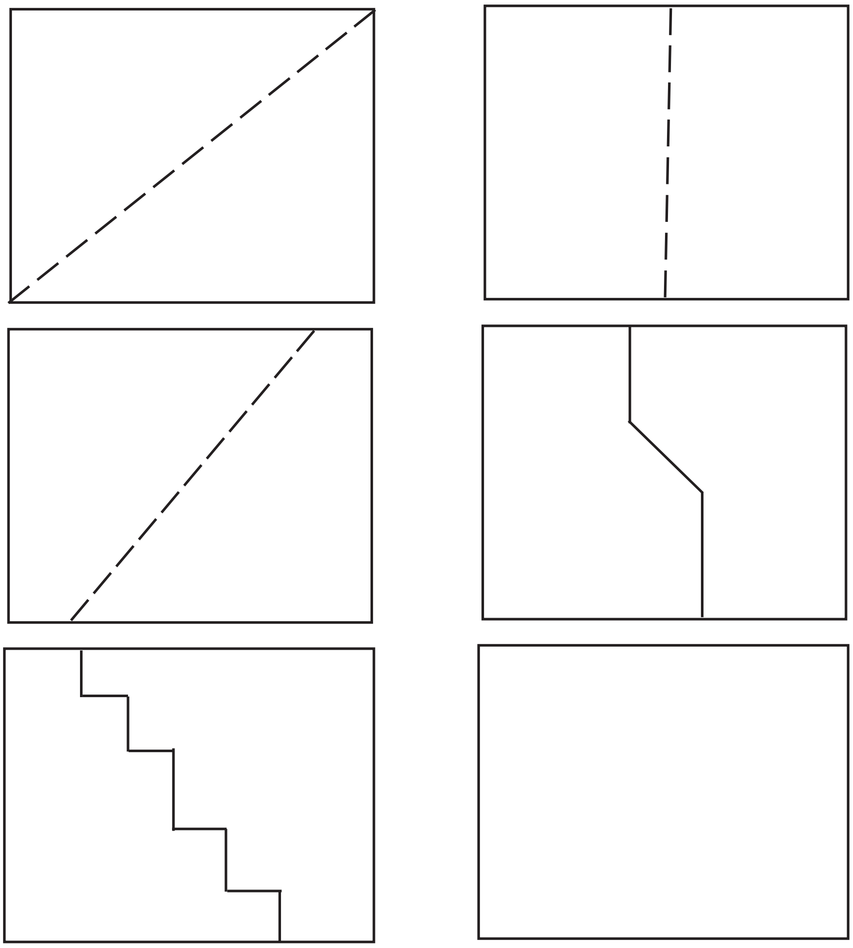
6–ാം തരം അകവും പുറവും

12 സെ.മീ വശമുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നു. അതിൽ 4 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരങ്ങൾ നിറക്കുന്നു. അവയുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കുക. 4 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരങ്ങളെ 2 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരം കൊ് നിറക്കുന്നു. 2 സെ.മി വശമുള്ള എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉന്നു കണക്കാക്കുക.



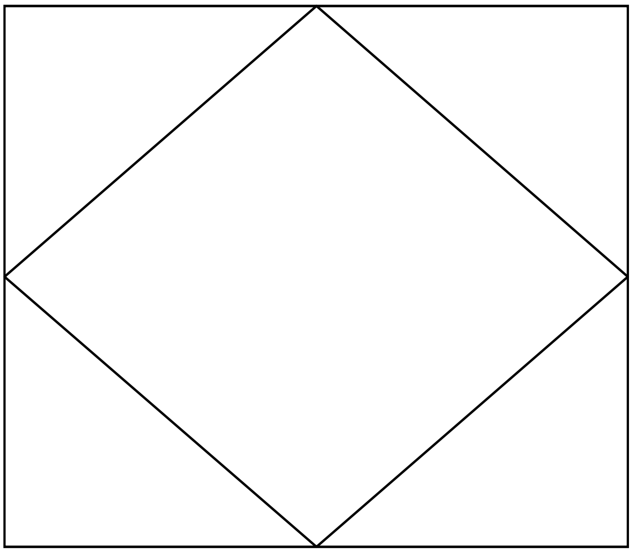
ഒരു സമചതുരത്തെ രു തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്ന വിവിധ രീതികൾ

ഒരു സമചതുരത്തെ രു തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്ന വിവിധ രീതികൾ

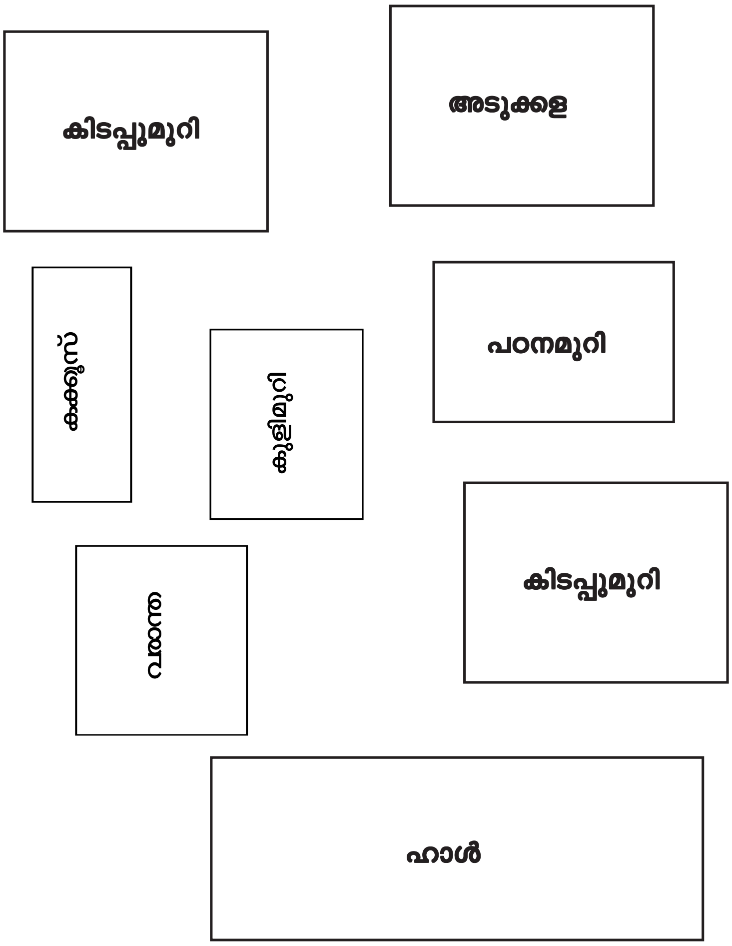


8 രേഖകൾ കൊ് 2 സമചതുരങ്ങളും 4 ത്രികോണങ്ങളും നിർമ്മിക്കുക

8 രേഖകൾ കൊ് 2 സമചതുരങ്ങളും 4 ത്രികോണങ്ങളും നിർമ്മിക്കുക.

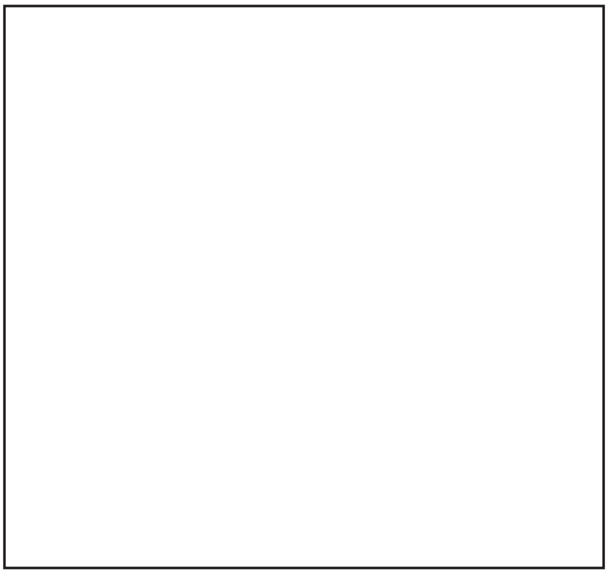


തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരങ്ങളും സമചതുരങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് വീടിന്റെ പ്ലാൻ നിർമ്മിക്കുക.

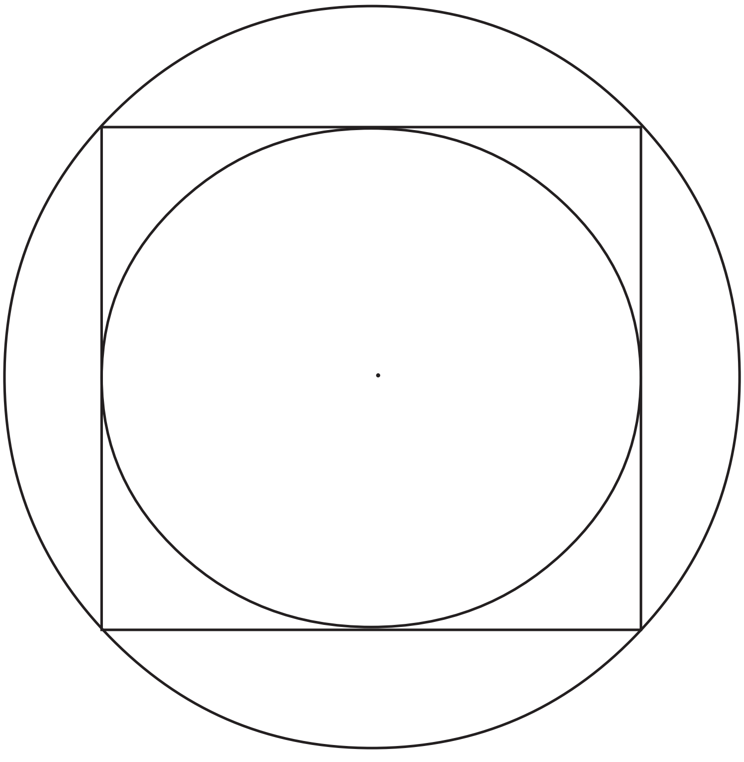


5–ാം തരം രൂപങ്ങൾ

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളെയോജിപ്പിച്ചും ശീർഷങ്ങളെ യോജിപ്പിച്ചും ഓരോ വൃത്തം വരക്കുക.

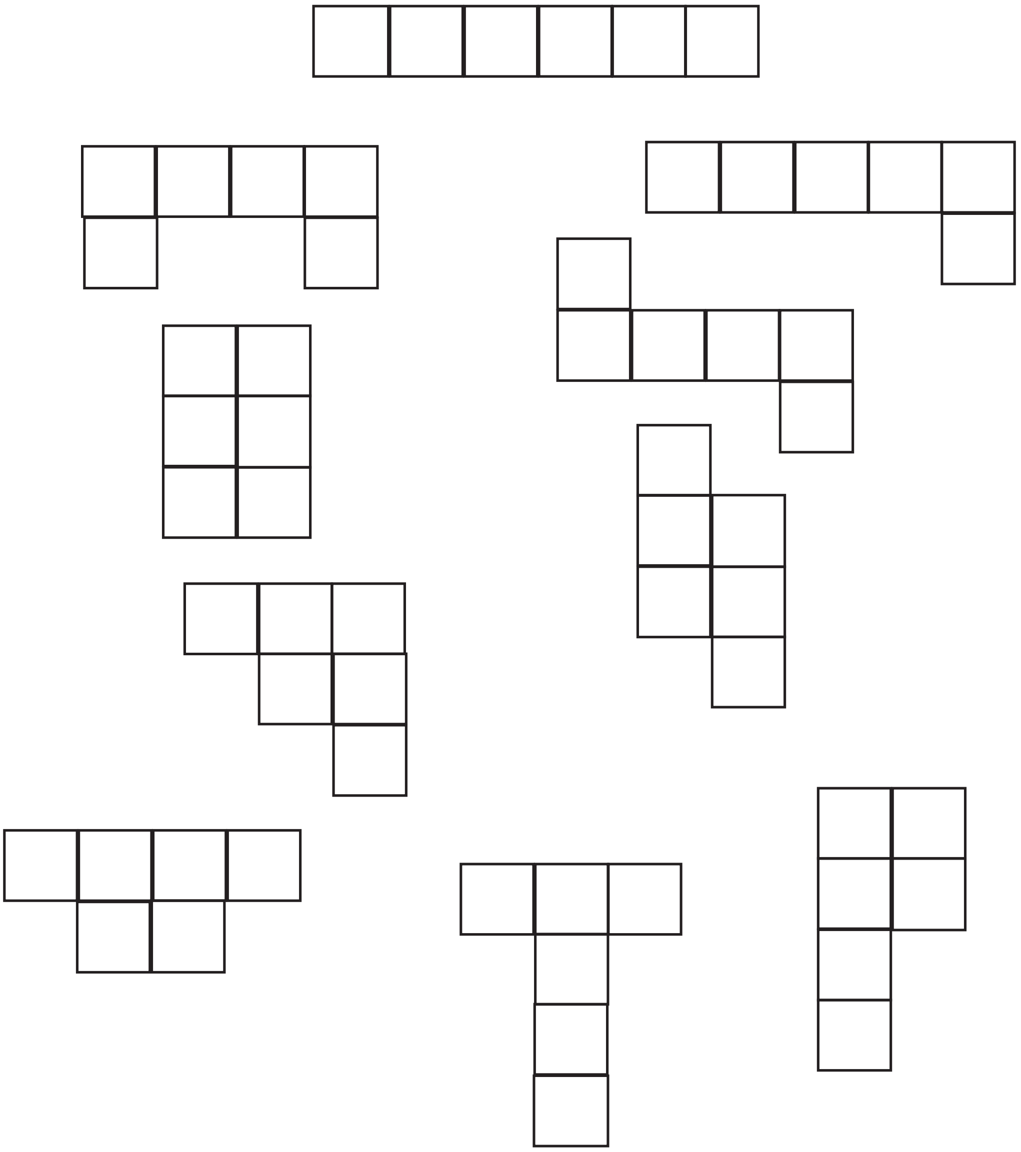


ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളെയോജിപ്പിച്ചും ശീർഷങ്ങളെ യോജിപ്പിച്ചും ഓരോ വൃത്തം വരക്കുക.

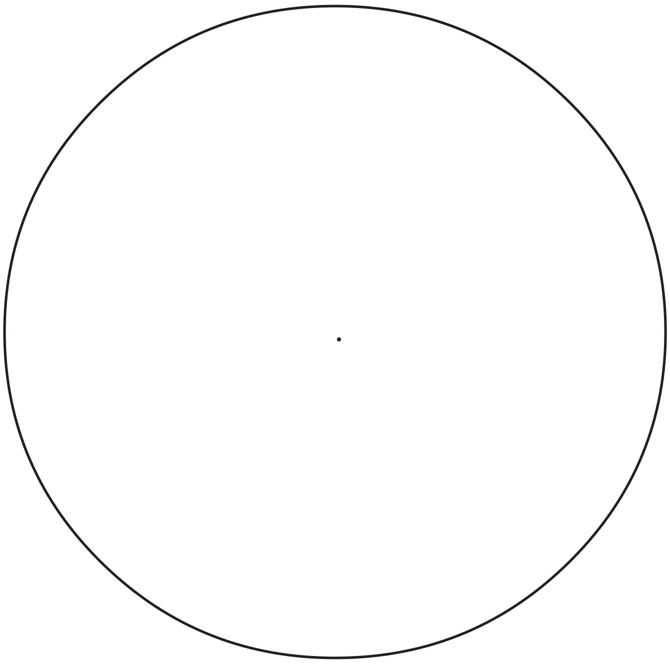


ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള 6 സമചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കാവുന്ന രൂപങ്ങൾ

ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള 6 സമചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കാവുന്ന രൂപങ്ങൾ

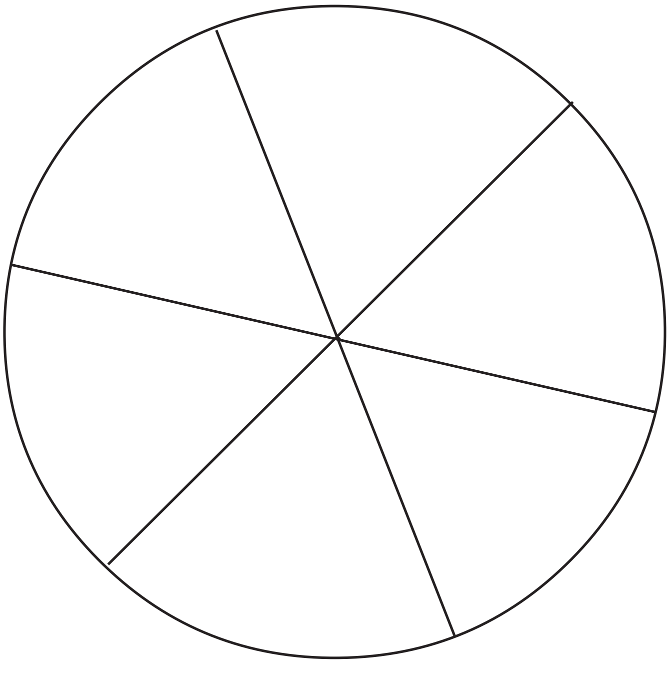


ഒരു വൃത്തത്തെ കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് 6 തുല്യ ഭാഗങ്ങളാക്കുക.

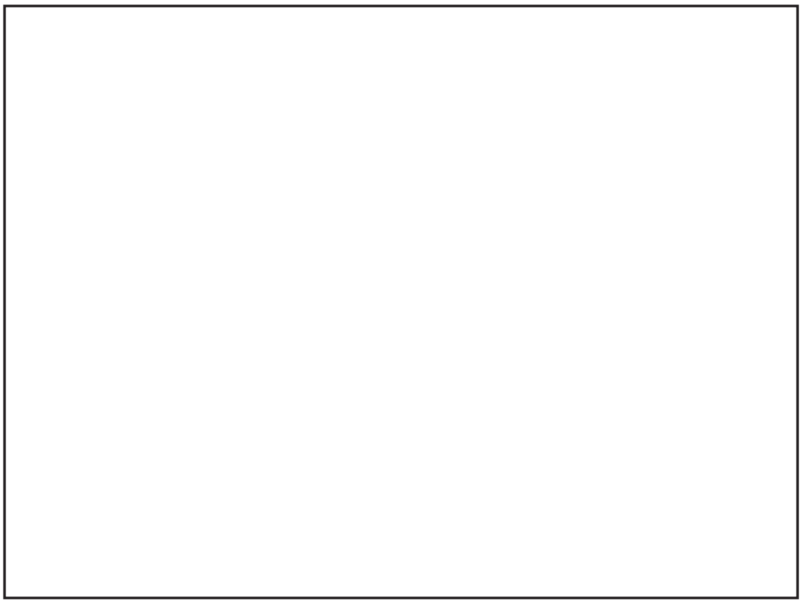


ഒരു വൃത്തത്തെ കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് 6 തുല്യ ഭാഗങ്ങളാക്കുക.

അഞ്ചാം തരം

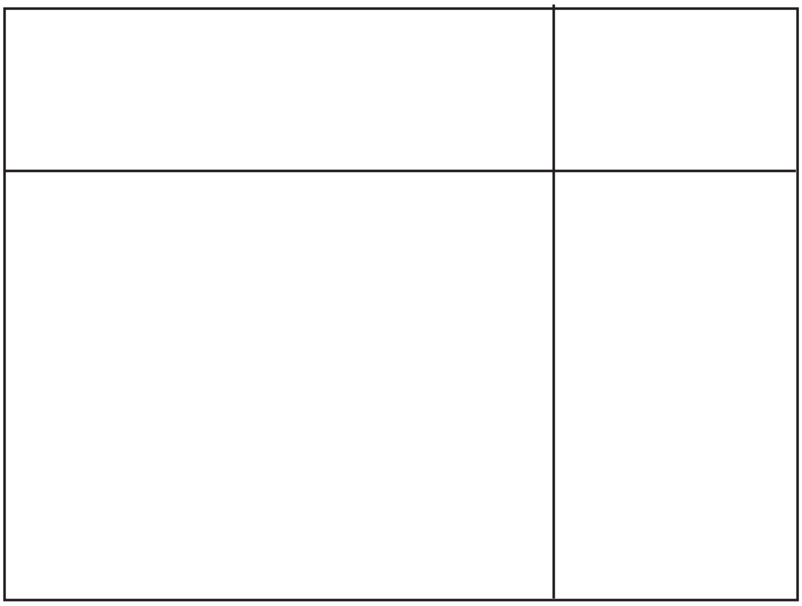


11 സെ.മി വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തെ 2 തുല്യവലുപ്പമുള്ള ചതുരങ്ങളായും 2 വ്യത്യസ്ത വലുപ്പമുള്ള സമചതുരങ്ങളായും ഭാഗിക്കുക.

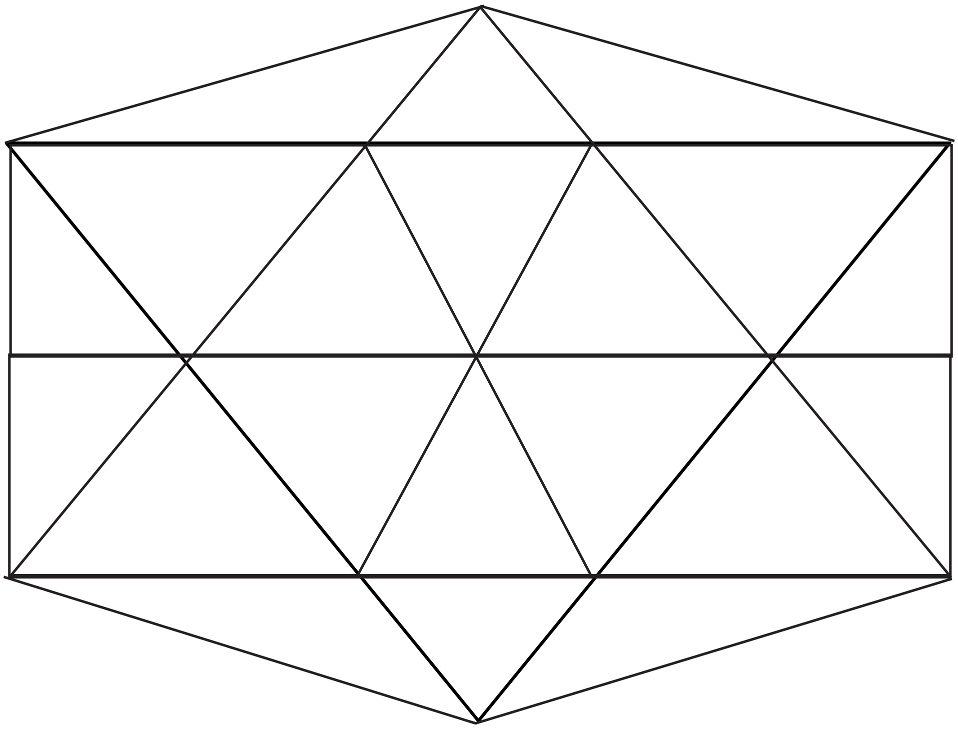


11 സെ.മി വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തെ 2 തുല്യവലുപ്പമുള്ള ചതുരങ്ങളായും 2 വ്യത്യസ്ത വലുപ്പമുള്ള സമചതുരങ്ങളായും ഭാഗിക്കുക.

7–ാം തരം

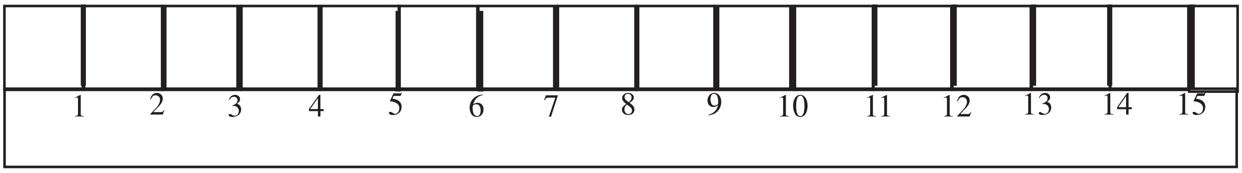


ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം പറയാമോ?



$2\frac{1}{2}$

ഭിന്നസംഖ്യാസ്കെയിൽ



രിനും മൂന്നിനും ഇടയിലുള്ള ഭാഗത്തെ 2 ആയി ഭാഗിച്ചതിൽ 1 ഭാഗം വരെ

$3\frac{3}{4}$ **3 നും 4 നും ഇടയിലുള്ള ഭാഗത്തെ 4 ആയി ഭാഗിച്ചതിൽ 3 ഭാഗം വരെ**

$5\frac{5}{8}$ **5 നും 6 നും ഇടയിലുള്ള ഭാഗത്തെ 8 ആയി ഭാഗിച്ചതിൽ 5 ഭാഗം വരെ**

$8\frac{7}{11}$ **8 നും 9 നും ഇടയിലുള്ള ഭാഗത്തെ 11 ആയി ഭാഗിച്ചതിൽ 7 ഭാഗം വരെ**

6–ാം തരം ഭാഗത്തിന്റെ ഭാഗം

റോമൻ സംഖ്യാക്രമീകരണം.

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

ഈ സമ്പ്രദായത്തിൽ വിവിധ സംഖ്യകൾ എഴുതുന്നത്.

24	XXIV
26	XXVI
38	XXXVIII
40	XL
60	LX
75	LXXV
90	XC
110	CX
124	CXXIV
258	CCLVIII
455	CDLV
673	DCLXXIII
1250	MCCL
2776	MMDCCLXXVI
2010	MMX

ഗണിതത്തിലെ ചുരുക്കെഴുത്ത്
ബീജഗണിതം

7 ക്ലാസ്സ് പാഠഭാഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടത്.

ബീജഗണിതം

സാധാരണഭാഷയിലുള്ള ഗണിതത്വങ്ങൾ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഗണിതഭാഷയിൽ ചുരുക്കി എഴുതാവുന്നതാണ്. ഇതാണ് ഗണിതത്തിലെ ചുരുക്കെഴുത്ത് (ബീജഗണിതം) എന്നറിയപ്പെടുന്നത്.

'അറിയാത്തത് കുപിടിക്കുക'എന്നത് ലക്ഷ്യമാക്കിയുള്ള ഒരു പ്രവർത്തന പദ്ധതിയാണ് ബീജഗണിതം. ബീജഗണിതത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ഒമർഖയ്യാമിന്റെ വിവരണമാണിത്. ഗണിതക്രിയകളിൽ, അജ്ഞാതസംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ ചിഹ്നങ്ങളോ, അക്ഷരങ്ങളോ ഉപയോഗിക്കുക എന്നതാണ് ബീജഗണിതത്തിന്റെ രീതി.

'ബീജഗണിതം' -പേരിന്റെ ഉത്ഭവം.

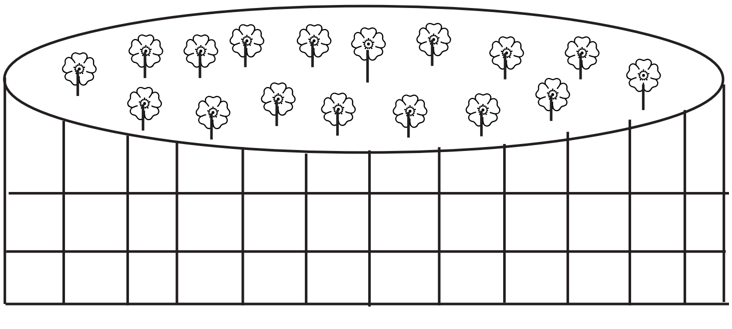
5–ാം നൂറ്റാു മുതലാണ് ഒരു പ്രത്യേക ഗണിത ശാസ്ത്രശാഖയായി ബീജഗണിതം വികസിച്ചത്. ആറാം നൂറ്റിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ ഈ രീതിയെ 'കുട്ടകഗണിതം'എന്നാണ് വിളിച്ചത്. 9–ാം നൂറ്റാു മുതലാണ് ബീജഗണിതം എന്ന പേര് പ്രചാരത്തിൽ വന്നത്. ഒരു സംഖ്യയിൽ ചില ക്രിയകൾ ചെയ്തു കഴിഞ്ഞാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ അറിയാമെങ്കിൽ, ആദ്യത്തെ സംഖ്യ (ബീജം) കുപിടിക്കുക എന്നതാണ് ഈഗണിത ശാസ്ത്രരീതിയുടെ പ്രധാന ഉപയോഗം. ബീജഗണിതത്തെക്കുറിച്ച് ആൽബർട്ട് ഐൻസ്റ്റൈന്റേതായി പറപ്പെടുന്ന ഒരു വിവരണം നോക്കു!

> പേരറിയാത്ത ഒരു ജീവിയെ ആണ് നാം ഇവിടെ വേട്ടയാടുന്നത്. സൗകര്യത്തിന് അതിനെ 'x' എന്ന് വിളിക്കാം. ജീവി കൈയിൽ എത്തികഴിഞ്ഞാൽ നാം അതിനെ മെരുക്കി അതിന്റെ ശരിയായ പേര് നൽകുന്നു. ഈ വേട്ടയാണ് ബീജഗണിതം

ഭൗതിക പ്രശ്നങ്ങളെ ഗണിതത്തിന്റെ ഭാഷയിൽ ആക്കാനും, അപഗ്രഥിക്കാനും, ഉത്തരം കത്തൊനുള്ള ഇത്തരം ചുരുക്കെഴുത്തുകൾ ഏറെ സഹായകരമാണ്.

ഒരു വേലി പ്രശ്നം

അബുവിന്റെ സ്കൂളിലെ പൂന്തോട്ടം വൃത്താകൃതിയിലാണ്. അതിര് ഒരു മീറ്റർ അകലെയാക്കി പൂന്തോട്ടം വികസിപ്പിക്കുവാൻ തീരുമാനിച്ചു. പൂന്തോട്ടത്തിനുചുറ്റും ഒരു കമ്പിവേലി നിർമ്മിച്ചിട്ട്. വലിപ്പം കൂട്ടികഴിഞ്ഞ് ചുറ്റുവേലി നിർമ്മിക്കാൻ ഓരോ വരിയിലും എത്ര കമ്പി അധികം വേവരും?



നിർദ്ധാരണം

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും ഒരു വരി ഇടാൻ വേ കമ്പിയുടെ നീളം വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന് തുല്യമാണ്.

നിർഭാഗ്യകരം എന്നു പറയട്ടെ, ഇവിടെചുറ്റളവോ ആരമോ അറിയില്ല. എന്തുചെയ്യും? ആരത്തിന് ഒരു അളവു സങ്കൽപ്പിച്ച് ക്രിയ ചെയ്തു നോക്കുകയേ വഴിയുള്ളൂ.

ഉദാ:– പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ആരം 10 മീ എന്ന് കരുതുക. അപ്പോൾ ചുറ്റളവ് (2 R)2 x 10=20 മീ ആണ്. വലിപ്പം കൂട്ടുമ്പോൾ പുതിയ ആരം 11 മീ ആകുമല്ലോ. അപ്പോൾ ചുറ്റളവ്ു 2 x11= 22 മീ ആകുമല്ലോ.

അപ്പോൾ കൂടുതൽ വേ കമ്പിയുടെ നീളം = 22 – 20 = 2 മീ കമ്പി.

പക്ഷേ ന്യായമായും ഇവിടെ ഒരു സംശയം ഉാകാം. പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ആരം 10 മീ തന്നെ ആകണമെന്നില്ലല്ലോ? ആരം വ്യത്യാസപെടുന്നതിനനുസരിച്ച് മുൻക്രിയകൾ ആവർത്തിച്ച് ചെയ്യേി വരുന്നു.

ഇങ്ങനെ പലതവണ കണക്കുകൂട്ടേി വരുന്നത് അസൗകര്യമാണല്ലോ? ഇത് ഒഴിവാക്കാനായി, പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ആരം ആയ സംഖ്യയ്ക്ക് ' ' എന്ന അക്ഷരം നിശ്ചയിച്ചാലോ?

ഉദാഹരണമായി ആരം മീറ്റർ എന്ന് കരുതുന്നു. ആരം 1 മീ വർദ്ധിപ്പിക്കുമ്പോൾ പുതിയ ആരം x+1 മീറ്ററും, ചുറ്റളവ് 2 (a+1)മീറ്ററും ആകും. ചുറ്റളവിൽ വന്ന വ്യത്യാസം 2 (a+1)-2 a - 2 മീ എന്നു കിട്ടുന്നു. ഇതിൽ നിന്നു ഓരോ വരിയിലും അധികം വേി വരുന്ന കമ്പിയുടെ നീളം 2 മീ എന്നു കിട്ടുന്നു.

' ' ന് ഏത് വില നൽകിയാലും മുകളിൽ കൊടുത്ത ക്രിയകൾ ശരിയാണ്. ഈ രീതിയിൽ കൃത്യമായ സംഖ്യകൾക്ക് പകരം, വിവിധ വിലകൾ സ്വീകരിക്കാവുന്ന ചിഹ്നങ്ങൾ (അകാരങ്ങൾ) ഉപയോഗിച്ച് ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്ന സമ്പ്രദായമാണ് ബീജഗണിതം. ബീജഗണിതമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റൊരു പ്രശ്നത്തിലേക്ക് വരാം. നിങ്ങൾക്കിത് രസകരമാവും തീർച്ച.

ഒരാൾ ഭാര്യയും മകനുമായി ബസ്സിൽ കയറി. അല്പം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ കകടർ ചോദിച്ചു "കുട്ടിക്ക് എത്ര വയസ്സായി"? തന്റെ കുടുംബകാര്യത്തിൽ കക്ടർ താൽപര്യം കാണിച്ചതിൽ അയാൾ സന്തുഷ്ടനായി. അതുകൊു തന്നെ അയാൾ ഇങ്ങനെ പറഞ്ഞു. "മകളേക്കാൾ മകന് അഞ്ചിരിട്ടി പ്രായമു്. ഭാര്യക്ക് മകന്റെ അഞ്ചിരട്ടിയും. എനിക്ക് ഭാര്യയുടെ ഇരട്ടി പ്രായമു്, ഒരു മുത്തശ്ശി കൂടിയു്. ഞങ്ങളുടെ എല്ലാവരുടേയും വയസ്സു കൂട്ടിയാൽ അവരുടെ വയസ്സാകും. ഇന്ന് മുത്തശ്ശിക്ക് 81 വയസ്സ് തികയും".

കുട്ടിക്ക് ടിക്കറ്റ് വേണോ എന്ന് തീരുമാനിക്കുവാനാണ് കക്ടർ ചോദിച്ചത്. പക്ഷേ ആസാധുകുഴഞ്ഞു. കക്ടറായ അയാൾ എന്തു ചെയ്തു കാണും?

അല്പം സൂത്രമു‍ങ്കെിൽ മകന്റെ പ്രായം 5 വയസ്സ് എന്ന് കക്ടർ കണക്കാക്കും.

മകന്റെ പ്രായം =

മകന്റെ പ്രായം =

ഭാര്യയുടെ പ്രായം = $5x$

അയാളുടെ പ്രായം = $10x$

അതിനാൽ,

$$x+\frac{x}{5}+5x+10x=81$$

$$\frac{x}{5}+16x=81$$

ഛേദം ഒഴിവാക്കാനായി 5 കൊ് ഗുണിച്ചാൽ

$$5\times\frac{x}{5}+5\times16x=81\times5$$

$$x+80x=465$$

$$81x=405$$

$$x=\frac{405}{81}=5$$

ബീജഗണിത വാക്യങ്ങളുടെ ഉപയോഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റൊരു പ്രവർത്തനമായാലോ?

വാച്ചിന്റെ വില

ഒരാൾ ഒരു വാച്ചും അതിന്റെ സ്ട്രാപ്പും കൂടി 450 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. വാച്ചിന് സ്ട്രാപ്പിനേക്കാൾ 400 രൂപ കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ വാച്ചിന്റെയും സ്ട്രാപ്പിന്റെയും വില കുപിടിക്കാനാവുമോ?

(Note:- ഇവിടെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സാധനത്തിന്റെ വില X എന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കേിവരുന്നു. അതിൽ നിന്നും മറ്റേ സാധനത്തിന്റെ വില കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. ചെറിയ വിലയുള്ള സാധനത്തിന്റെ വില സങ്കൽപ്പിക്കുന്നതാണ് ഉചിതം. അതുസരിച്ച് സ്ട്രാപ്പിന്റെ വില ' രൂപ എന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കാം)

സ്ട്രാപ്പിന്റെ വില =

വാച്ചിന്റെ വില = +400 (വാച്ചിന് സ്ട്രാപ്പിനെക്കാൾ 400 രൂപ കൂടുതലാണ്)

സമവാക്യം $x+x+400=450$

$$2x+400=450$$

$$2x=450=400$$

$$2x=50 \qquad \underline{x}\ 400+25=\underline{\underline{425}}$$

$$x=50/2=25$$

സ്ട്രാപ്പിന്റെ വില = 25

വാച്ചിന്റെ വില

ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞൻമാരിലൂടെ
പൈഥഗോറസ് (BC 571- BC 496)

പ്രശസ്തരായ ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞൻമാരിൽ ഒരാൾ. ഗണിത തത്ത്വങ്ങൾ തെളിയിക്കുന്നതിനുള്ള ഇന്നത്തെ രീതിയുടെ ഉപജ്ഞാതാവ്. ലോകത്തെ മനസ്സിലാക്കാൻ ഗണിതത്തിലൂടെ കഴിയുമെന്ന് വിശ്വസിച്ച മഹാൻ.

ഗ്രീസിലെ ഇയോണിയൻ സമുദ്രത്തിലെ ദ്വീപായ സമോസിൽ BC 571 ൽ ജനനം. ജീവിതത്തിൽ കൂടുതൽ കാലവും ചിലവിട്ടത് തെക്കൻ ഇറ്റലിയിലെ ക്രോട്ടണിൽ. അവിടെ പിതഗോറിയന്മാർ (പൈഥഗോറിയൻമാർ) എന്ന ഒരു പണ്ഡിത സമൂഹം അദ്ദേഹം സ്ഥാപിച്ചു. പൈഥഗോറസിന്റെ ശിഷ്യന്മാരായിരുന്നു അവർ. 'ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണത്തിന്റെ വർഗം മറ്റു ര് വശങ്ങളുടെ വർഗ്ഗത്തിന്റെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും'- പൈഥഗോറസ് തിയറം- $a^2+b^2=c^2$ പൈഥഗോറസിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ സംഭാവനയാണ്. യഥാർത്ഥത്തിൽ പൈഥഗോറസിനും വളരെ മുൻപ് തന്നെ പ്രാചീന ബാബിലോണിയക്കാർക്ക് സിദ്ധാന്തം അറിയാമായിരുന്നു എങ്കിലും അത് ആദ്യമായി തെളിയിച്ചത് പൈഥഗോറസ് ആണ്. പൈഥഗോറസിന്റെ ജീവചരിത്ര വിവരങ്ങൾ ലഭ്യമല്ല. ഗണിതത്തിൽ മാത്രമല്ല പ്രപഞ്ചം, വൈദ്യം എന്നീ വിഷയങ്ങളിലും അദ്ദേഹം താൽപര്യം കാണിച്ചു. BC 496 ൽ അദ്ദേഹം അന്തരിച്ചു.

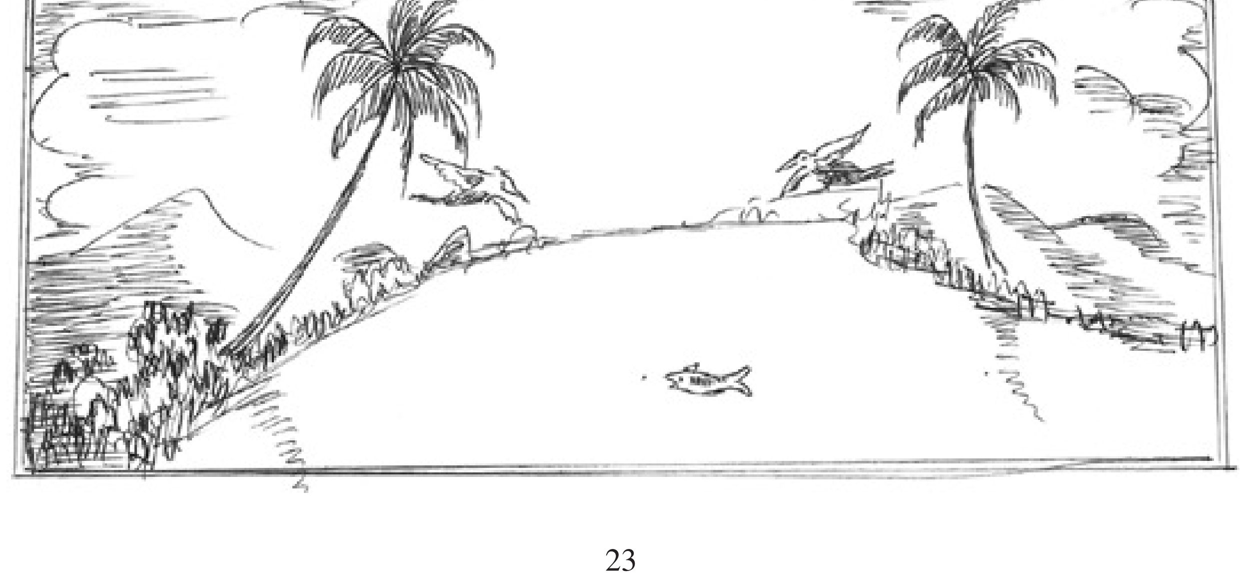
പൈഥഗോറസിന്റെ കഥ

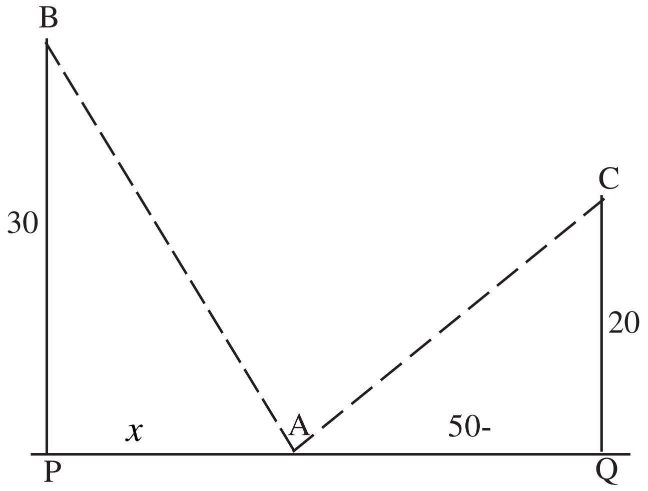
പൈഥഗോറസ് തന്റെ ജീവിതം ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിനും ഗവേഷണത്തിനുമായി നീക്കിവച്ചു. അത് അദ്ദേഹത്തിന് അവാച്യമായ ആനന്ദവും സംതൃപ്തിയും പകർന്നു നൽകി. ഈ അനുഭൂതി വിശേഷം മറ്റുള്ളവരിലും ഉാക്കണം എന്നദ്ദേഹം ആഗ്രഹിച്ചു. അതിനായി ഗണിതം പഠിക്കാൻ പലരേയും ക്ഷണിച്ചു. ഒരാളെപ്പോലും ഗണിതം പഠിക്കാൻ കിട്ടിയില്ല. എന്നാൽ അദ്ദേഹം നിരാശപ്പെട്ടില്ല. മറിച്ച് ആളെ കിട്ടാൻ ഒരു വിദ്യ പ്രയോഗിച്ചു. ഓരോ തത്വവും പഠിക്കുന്നതിന് 6 നാണയം വീതം അദ്ദേഹം ഓഫർ ചെയ്തു. ഓഫർ ശരിക്കും ഫലിച്ചു. ധാരാളം ആളുകൾ പഠിക്കാൻ വന്നു. പൈഥഗോറസ് പഠിപ്പിക്കാനും തുടങ്ങി. തുടക്കത്തിൽ ഓരോ തത്വവും പഠിപ്പിക്കാൻ പൈഥഗോറസ് നന്നേ ബുദ്ധിമുട്ടി. പഠിച്ച തത്വങ്ങൾ കൂട്ടിയിണക്കി പുതിയ കാര്യങ്ങൾ കുപിടിക്കാൻ അദ്ദേഹം പ്രോത്സാഹനം നൽകി. അതിൽ വിജയിക്കാൻ തുടങ്ങിയപ്പോൾ കുട്ടികൾക്ക് ഉത്സാഹമായി. അവർ ശരിക്കും ഗണിതത്തിന്റെ മായിക വലയത്തിലായി എന്ന് ബോധ്യമായപ്പോൾ അദ്ദേഹം പറഞ്ഞു. "നിങ്ങൾക്കിങ്ങനെ പണം തരാൻ ഞാനത്ര പണക്കാരനൊന്നുമല്ല, തൽക്കാലം നമുക്ക് പഠനം നിർത്താം". ശിഷ്യൻമാരുടോ വിടുന്നു. പഠിപ്പിക്കുന്നതിന് തത്വം ഒന്നിന് 6 നാണയം അങ്ങോട്ട് കൊടുക്കാമെന്നായി ശിഷ്യൻമാർ. പൈഥഗോറസ് സമ്മതിച്ചു. പഠനം തുടർന്നു കൊയേിരുന്നു. ഗണിതത്തിന്റെ പ്രത്യേകത കണില്ലേ? ആദ്യം തത്വങ്ങൾ പഠിക്കാൻ ബുദ്ധിമുട്ട് അനുഭവപ്പെടുമെങ്കിലും പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞ് ഉപയോഗിക്കാൻ തുടങ്ങിയാൽ രസകരമാവും തീർച്ച.

പൈഥഗോറസ് സിദ്ധാന്തമുപയോഗിച്ച് ചെയ്യാവുന്ന ഒരു പ്രായോഗിക പ്രശ്നമായാലോ?

പ്രശ്നം

തോടിന്റെ ഇരുകരകളിലും കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടു പൊങ്ങി നിൽക്കുന്ന ഓരോ തെങ്ങ്. ഒന്നിന് 20 അടിയും രാമത്തേതിന് 30 അടിയും ഉയരമു്. തെങ്ങുകൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരം 50 അടി. രു തെങ്ങിന്റെ മയിലും ഓരോ പൊൻമാൻ, തോട്ടിലെ വെള്ളത്തിൽ കണ്ണും നട്ട് ഇരയെ നൊക്കിയിരിക്കുന്നു. പെട്ടെന്നാണ് വെള്ളത്തിൽ ഇവർ ഒരു മത്സ്യത്തെ കത്. ര് പൊൻമാനുകളും ചാടി ഒരേ സമയത്തു തന്നെ ഇരയുടെ തൊട്ടു മുകളിൽ എത്തി. എങ്കിൽ ഉയരം കൂടിയ തെങ്ങിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് എത്ര അകലെയാണ് മത്സ്യം പൊങ്ങിയത് എന്ന് പറയാമോ?





പൈഥഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$AB^2 = BP^2 + PA^2$$
$$= 30^2 + x^2$$
$$AC^2 = CQ^2 + AQ^2$$
$$= 20^2 + (50-x)^2$$

∵ ര് പൊൻമാനുകളും ഒരേ സമയം പുറപ്പെട്ട് ഒരേ സമയത്ത് മത്സ്യത്തിന്റെ അടുത്തെത്തിയാൽ,

$$AB = AC$$

അതുകൊ്

$$30^2 + x^2 = 20^2 + (50-x)^2$$
$$(50-x)^2 = 30^2 + x^2 - 20^2$$
$$2500 + x^2 - 100x = 30^2 + x^2 - 20^2$$
$$-100x = 900 + x^2 - 400 - 2500 - x^2$$
$$100x = -900 - x^2 + 400 + 2500 + x^2$$
$$100x = 2000$$
$$x = \frac{2000}{100} = 20$$
$$x = 20$$

അതായത് ഉയരം കൂടിയ തെങ്ങിന്റെ അടിയിൽ നിന്ന് വെള്ളത്തിൽ 20 അടി അകലെയാണ് മത്സ്യം പ്രത്യക്ഷപ്പെട്ടത്.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ?

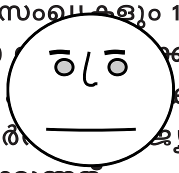
- ✶ ഭാസ്കരാചാര്യരുടെ കൃതിയായ സിദ്ധാന്തശിരോമണി, ലീലാവതി, ബീജഗണിതം, ഗോളാദ്ധ്യായം, ഗ്രഹഗണിതം എന്നീ നാല് സ്വതന്ത്ര പുസ്തകങ്ങളുടെ സമാഹാരമാണ്.
- ✶ വാസ്തുവിദ്യയുടെ സഹായത്തോടെ സൂര്യവെളിച്ചം പതിക്കുന്ന സ്ഥലംനോക്കി സമയം അറിയുന്നതിനായി നൂറ്റാുകൾക്ക് മുമ്പ് നിർമ്മിച്ച നിർമിതിയാണ് ഡൽഹിയിലെ ജന്തർമന്തർ.
- ✶ ഭാരതത്തിന്റെ യൂക്ലിഡ് എന്നു വിശേഷിപ്പിക്കപ്പെട്ട ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഭാസ്ക്കരാചാര്യർ.

- ✶ ഇന്ത്യൻ മാത്തമാറ്റിക്കൽ സൊസൈറ്റിയുടെ സ്ഥാപകൻ രാമസ്വാമി അയ്യരാണ്.
- ✶ ട്രിനിറ്റി കോളേജിലെ ഫെലോ ആയി തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട ആദ്യ ഇന്ത്യക്കാരൻ ശ്രീനിവാസരാമാനുജൻ ആണ്.
- ✶ ഗണിതശാസ്ത്രം, ശാസ്ത്രത്തിന്റെ റാണിയും സംഖ്യാശാസ്ത്രം ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ റാണിയുമാണെന്ന് അഭിപ്രായപ്പെട്ടത് ഗൗസ് എന്ന ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്.
- ✶ ശകുന്തളാദേവി 50 സെക്കന്റുകൾ കൊ് ചെയ്ത കണക്കിന്റെ ഉത്തരം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുവാൻ കമ്പ്യൂട്ടർ 60 സെക്കന്റ് സമയം എടുത്തു.
- ✶ ക്ഷേത്ര ഗണിതത്തിലെ ഹെലൻ എന്നറിയപ്പെടുന്ന രൂപമാണ് സൈക്ലോയിഡ്.
- ✶ $a \times a = a^2$ എന്ന രീതിയിൽ ഘാതാങ്കമായി എഴുതുന്ന രീതി തുടങ്ങിയത് റെ നെ ദെ ക്കാർത്തെയാണ്.
- ✶ ജ്യോതിശാസ്ത്രത്തിൽ ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ആദ്യ ഇന്ത്യൻ ശാസ്ത്രജ്ഞൻ ബ്രഹ്മഗുപ്തനായിരുന്നു.
- ✶ 16-ാം നൂറ്റാിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഇംഗ്ലീഷ് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായ തോമസ് ഹാരിയററാണ് വലുതാണ്, ചെറുതാണ് എന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്ന >, < എന്നീ ചിഹ്നങ്ങൾ ആദ്യമായി ഉപയോഗിച്ചത്.
- ✶ ഫ്രഞ്ച് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനും അഭിഭാഷകനുമായിരുന്ന ഫ്രാൻകോയിസ് വിറ്റേയാണ് ചരമെന്ന ആശയം ആദ്യമായി ഉപയോഗിച്ചത്.
- ✶ ഭാരതീയർക്ക് വലിയ സംഖ്യകളെക്കുറിച്ച് വളരെ മുമ്പുതന്നെ അറിയാമായിരുന്നു. യജുർവേദ സംഹിതയിൽ പത്തിന്റെ ഘാതങ്ങൾക്ക് ഏകം, ദശം,ശതം, സഹസ്രം, അയുതം, നിയതം, പ്രയുതം, അർബുദം, ന്യർബുദം, സമുദ്രം, മധ്യം അന്തം, പരാർധം എന്നിങ്ങനെ പേരുകൾ നൽകിയിട്ടു്.
- ✶ അപരിമേയം (irrational) സംഖ്യകളെ ആദ്യം കുപിടിച്ചതും കൈകാര്യം ചെയ്തതും പുരാതന ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞരാണ്. ശൂൽബ സൂത്രത്തിൽ $\sqrt{2}$ നെക്കുറിച്ച് പ്രതിപാദ്യമു്. π = 3.1416 എന്ന ഏകദേശമൂല്യം ആര്യ ഭടൻ കത്തെിയിരുന്നതായി രേഖകളു്.
- ✶ ആൾജിബ്ര എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രശാഖയെ ഇംഗ്ലിൽ അവതരിപ്പിച്ച്ത് റോബർട്ട് റെക്കോർഡ് (1510–1558) എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്. സമചിഹ്നം = ആദ്യമായി ഗണിത ക്രിയയിൽ ഉപയോഗിച്ചതും ഈ ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്.
- ✶ ബാബിലാണിയക്കാർ 3000 ബി.സി മുതൽ തന്നെ ആ വൃത്തി പട്ടികകൾ (Frequency Tables) നിർമ്മിച്ചിരുന്നതായി രേഖകളു്. കളിമണ്ണിൽ എഴുതി ഫലകങ്ങൾ ചുട്ടെടുത്താണ് ഇവർ പട്ടികകൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിരുന്നത്.
- ✶ 'പഠിച്ച സംഗതികൾ' എന്നർത്ഥം വരുന്ന മാത്തമാറ്റ എന്ന ഗ്രീക്ക് വാക്കിൽ നിന്നാണ് മാത്തമാറ്റിക്സ് (Mathematics) എന്ന ഇംഗ്ലീഷ് പദം ഉായത്.
- ✶ ടാർട്ടോഗ്ലിയ ചതുരത്തിന്റെ പകുതി ഭാഗം വരുന്ന ത്രികോണമാണ് പാസ്ക്കലിന്റെ ത്രികോണം.
- ✶ ജൈനരുടെ നാലു മതഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഒന്ന് "ഗണിതാനുയോഗമെന്ന ഗണിതഗ്രന്ഥമാണ്.
- ✶ രക്കമുള്ള ഏറ്റവും ചെറിയ സൂപ്പർ അഭാജ്യസംഖ്യ 23 ആണ്.
- ✶ ര് അനുപൂരകകോണുകൾ തുല്യഅളവ് ഉള്ളവയാണെങ്കിൽ അവ ഓരോന്നും വീതമായിരിക്കും.
- ✶ ര് പൂരകകോണുകൾ തുല്യ അളവ് ഉള്ളവയാണെങ്കിൽ അവ ഓരോന്നും 45^0 വീതമായിരിക്കും.
- ✶ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനെയും വിസ്തീർണ്ണത്തെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ തുല്യമായിരുന്നാൽ അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 4 യൂണിറ്റായിരിക്കും.
- ✶ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ രു ന്യൂനകോണുകൾ എല്ലായ്പ്പോഴും പൂരകകോണുകൾ ആയിരിക്കും
- ✶ പൂജ്യം ഒരു ഭിന്നകമാണ്.
- ✶ രു സംഖ്യകളുടെ ഉസാഘ (HCF)അവയുടെ ലസാഗു (LCM) വിന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും

- ഒരു ത്രികോണത്തിന് ഒന്നിലധികം മട്ടകോണുകൾ ഉാകാൻ സാധ്യമല്ല.
- –1 നും +1 നും ഇടയ്ക്കുള്ള പൂർണ്ണസംഖ്യയാണ് 0.
- ഒരു മെഗാ എന്നത് 10^6 നെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- ഒരേ ആരമുള്ള അനേകം വൃത്തങ്ങൾ ഒരേ തലത്തിൽ വരക്കാൻ കഴിയും.
- ഒരു ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി ഒരേ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം മാത്രമേ വരക്കാൻ സാധിക്കൂ.
- ഒരു രേഖയിൽ അല്ലാത്ത ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് ആരേഖയിലേക്ക് ഒരേയൊരു ലംബം മാത്രമേ വരക്കാൻ കഴിയൂ.
- 1 എന്ന സംഖ്യ ഭാജ്യസംഖ്യയോ അഭാജ്യ സംഖ്യയോ അല്ല.
- നാലക്കസംഖ്യകളിൽ 5 കൊും 11 കൊും ഹരിക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയസംഖ്യ 1045 ആണ്.
- 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എല്ലാ എണ്ണൽ സംഖ്യകൊും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ നിസർഗസംഖ്യ 7560 ആണ്.
- 1 നും 11 നും ഇടയിലുള്ള എല്ലാ ഇരട്ടസംഖ്യകൾകൊും ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യ 120 ആണ്.
- ' ലിയോനാർഡ് ഓഫ് പിസ' എന്ന പേരിൽ അറിയപ്പെടുന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഫിബനാച്ചി
- 1.618034:1 എന്ന അനുപാതമാണ് കനകാനുപാതം
- അഞ്ചു വശങ്ങളുള്ള ഒരു സമബഹുഭുജത്തിന്റെ 1 കോണിന്റെ അളവ് 72^0 ആയിരിക്കും.
- ഒരു സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് 120^0 ആയിരിക്കും.
- നാലക്കമുള്ള ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യയും അഞ്ചക്കമുള്ള ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 1 ആണ്.
- രക്ക സംഖ്യകളിൽ 2 എന്ന അക്കം ഉൾപ്പെടാത്ത 64 സംഖ്യകളു്.
- 1 മുതൽ 21 വരെയുള്ള ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ വർഗ്ഗമൂലം 11 ആണ്.
- ഒരു നേർ രേഖക്ക് സമാന്തരമായി അതിനുപുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ ഒരു നേർരേഖ മാത്രമേ വരക്കാൻ കഴിയൂ.
- ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഗൗസ് ഭൗതിക ശാസ്ത്രജ്ഞൻ കൂടിയായിരിന്നു.
- ആദ്യത്തെ കണക്കുകൂട്ടൽ യന്ത്രം കുപിടിച്ചത് ബ്ലെയിസ് പാസക്കൽ ആണ്.
- 19–10 വയസ്സിലാണ് പാസ്ക്കൽ കണക്കുകൂട്ടൽ യന്ത്രം കുപിടിച്ചത്.
- ഒരു സംഖ്യയെ 4 കെ് ഗുണിക്കുന്നതിന് സംഖ്യയെ 2 പ്രാവശ്യം ഇരട്ടിപ്പിച്ചാൽ മതി.
- ആധുനിക ജർമ്മൻ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഉപജ്ഞാതാവാണ് ഗൗസ്.
- ഒരു സംഖ്യയെ 5 കെ് ഗുണിക്കുന്നതിന് സംഖ്യയുടെ പകുതിയെ 10 കെ് ഗുണിച്ചാൽ മതി.
- ഭൂമി സ്വയം കറങ്ങുന്നു എന്ന് ആര്യഭടൻ കത്തെി.
- ഭൂമിയേക്കാൾ 3,30,000 മടങ്ങ് വലുപ്പമു് സൂര്യന്.
- സൂര്യന്റെ വലുപ്പം ഒരു ഫുട്ബോളായി സങ്കല്പിക്കുകയാണങ്കിൽ വ്യാഴത്തെ ടെന്നീസ് ബോളിനോടും ഭൂമിയെപയർമണിയോടും ഉപമിക്കാം.
- ഒരു മിനിട്ടിൽ സൂര്യനിൽ 240,000,000 ടൺ ഹൈഡ്രജൻ കത്തിയെരിയുന്നു.
- രായിരം വർഷത്തോളം ഇന്ത്യയിൽ പശുവിന്റെ കരച്ചിൽ ദൂരം എന്നൊരു അളവു കോലുായിരുന്നു.
- 7686369774870 $\times$ 2465099745779 എന്ന ഗണിതക്രിയയുടെ ഉത്തരമായ 18947668177995426427737 30.... ശകുന്തളാദേവി 28 സെക്കന്റുകൊ് കത്തെി.
- 75 വയസുവരെ ജീവിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരുവന് 27400 രാവും പകലും കാണിേവരും.
- പച്ചമലയാളത്തിലുള്ള അദ്യഗണിതശാസ്ത്രഗ്രന്ഥം ബ്രഹ്മദത്തന്റെ യുക്തിഭാഷയാണ്.
- എഴുതാനും വായിക്കാനും പഠിക്കുന്നതിനുമുമ്പേ കാൾഫ്രഡറിക് ഗോസിന് കണക്കുകൂട്ടാൻ അറിയാമായിരുന്നു.

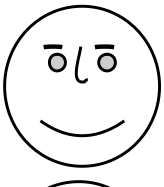
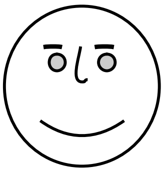
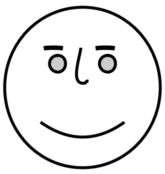
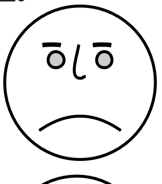
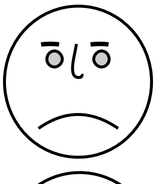
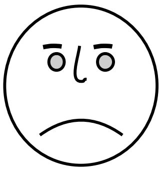
- ✶ 555 എന്ന സംഖ്യയെ ശിഷ്ടം വരാതെ 37 കൊ് ഹരിക്കാൻ കഴിയും.
- ✶ രക്കമുള്ള സംഖ്യയും അതിലെ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരംസ്ഥാനം മാറ്റിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എല്ലായ്പ്പോഴും 9 ന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.
- ✶ ഒരു ഭാജ്യ സംഖ്യക്ക് എല്ലായ്പ്പോഴും 2ൽകൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുായിരിക്കും.
- ✶ ര് നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ തുക എല്ലായ്പ്പോഴും നെഗറ്റീവ് ആയിരിക്കും.
- ✶ രക്കമുള്ള ഏറ്റവും വലിയ സൂപ്പർ അഭാജ്യസംഖ്യ 79 ആണ്.
- ✶ തുടർച്ചയായ 3 അഭാജ്യസംഖ്യകൾ ഘടകളാകുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ 30 ആണ്.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയെ പൂജ്യം കൊ് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ഖച്ഛേദം എന്ന് ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ വിളിച്ചു.
- ✶ പൂജ്യത്തിൽ അവസാനിക്കുന്ന എല്ലാ സംഖ്യയേയും 10 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയും.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 9 ന്റെ ഗുണിതമായാൽ ആ സംഖ്യയെ 9 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയും.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയെ 8 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയണമെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ മൂന്നക്കങ്ങൾ പൂജ്യമോ 8 ന്റെ ഗുണിതമോ ആയിരിക്കും.
- ✶ ഒരുസംഖ്യയെ 6 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ സാധിക്കുമെങ്കിൽ അത് ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയായിരിക്കും.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ അക്കം 5,0 ഇവയിൽ ഒന്നാണെങ്കിൽ അതിനെ 5 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ സാധിക്കും.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കണമെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയുടെ അവസാന രക്കങ്ങൾ പൂജ്യമോ നാലിന്റെ ഗുണിതമോ ആയിരിക്കും.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയെ 3 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയേയും 3 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.
- ✶ പൂജ്യത്തിലോ ഇരട്ടസംഖ്യയിലോ $1\frac{1}{2}$ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യയെ 2 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ സാധിക്കും.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയെ കൊ് ഹരിക്കുന്നതിന് ആ സംഖ്യയെ ഇരട്ടിയാക്കിയിട്ട് 3 കൊ് ഹരിച്ചാൽ മതി.
- ✶ ഒരു സംഖ്യയെ 25 കൊ് ഗുണിക്കുന്നതിന് ആ സംഖ്യയുടെ വലതുവശത്ത് 2 പൂജ്യങ്ങൾ ചേർത്ത് ആ സംഖ്യയുടെ പകുതിയുടെ പകുതി കാൽ മതി.
- ✶ 1,5,12,22 ഇവ പഞ്ചഭുജസംഖ്യകളാണ്.
- ✶ 3,4,5 എന്നീ സംഖ്യകൾ പൈതഗോറിയൻ സംഖ്യാത്രയങ്ങളാണ്. ഇവയുടെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും പൈതഗോറിയൻ സംഖ്യാത്രയങ്ങളാണ്.
- ✶ പുതുമന ചോമാതിരിയുടെ കരണ പദ്ധതി എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രഗ്രന്ഥത്തിൽ π യുടെ കൃത്യമായ വിലയുടെ അനന്തശ്രേണി രൂപത്തിലുള്ള നിർണ്ണയം പ്രതിപാദിച്ചിട്ടു്.
- ✶ 88% മനുഷ്യരും വലതുകൈ കൂടുതലായി ഉപയോഗിക്കുന്നവരാണ്.
- ✶ നിങ്ങളുടെ ശരീരഭാരത്തിന്റെ 2% മാത്രമാണ് നിങ്ങളുടെ തലച്ചോറിന്റെ ഭാരം.
- ✶ ഭൂമിയിലുള്ള ജലത്തിൽ 97.2% ഉം ഉപ്പുവെള്ളമാണ്.
- ✶ സ്ത്രീ ഒരു ദിവസം ശരാശരി 7000 വാക്കുകൾ സംസാരിക്കുമ്പോൾ പുരുഷന്മാർ 2000 വാക്കുകൾ കൊു തൃപ്തിയടയുന്നു.
- ✶ ഭൂമിയുടെ ഭാരം 5,974000,000,000,000,000,000 ടൺ ആണ്.
- ✶ മനുഷ്യഹൃദയം ഒരു ദിവസം 1 ലക്ഷം തവണ സ്പന്ദിക്കുന്നു.

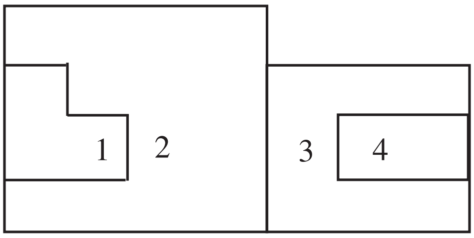
- മനുഷ്യഹൃദയം ശരാശരി ജീവിതകാലത്ത് 10 നീന്തൽ കുളങ്ങൾ നിറക്കാനുള്ള രക്തം പമ്പുചെയ്യുന്നു.
- ഒരു ഇടിമിന്നലിൽ 25 ലക്ഷം വീടുകളെ പ്രകാശമാനമാക്കാനുള്ള ഊർജ്ജം അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു.
- പ്രായപൂർത്തിയായ ഒരു മനുഷ്യന് ഒരു ദിവസം 2500, 3000 കിലോ കലോറി ഊർജ്ജം ആവശ്യമാണ്.
- ഒരു മനുഷ്യൻ അവന്റെ ജീവിതകാലത്ത് ആറ് ആനയുടെ തൂക്കത്തിനു തുല്യമായ ഭക്ഷണം അകത്താക്കുന്നു.
- ഏഴുചിഹ്നങ്ങൾകൊ് ഏതുസംഖ്യയെയും സൂചിപ്പിക്കാൻ റോമൻസംഖ്യാ സമ്പ്രദായത്തിൽ കഴിയും.
- റോമൻ സംഖ്യാസമ്പ്രദായത്തിൽ പൂജ്യം ഇല്ല.
- 1,4,9,16 ....തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ ചതുരസംഖ്യകളാണ്.
- 1,3,6,10,15 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ ത്രികോണസംഖ്യകളാണ്.
- ശരാശരി ഒരു മനുഷ്യൻ തന്റെ ആയുസ്സിൽ 75000 ലിറ്റർ ജലം കുടിക്കുന്നു.
- നമ്മുടെ DNA കൾ മുഴുവനും വലിച്ചുനീട്ടിയാൽ ചന്ദ്രനിലെത്താവുന്ന 6000 ഗോവണികൾ നിർമ്മിക്കാം.
- ഒരു ദിവസം നിങ്ങളുടെ വായ് 1 ലിറ്റർ ഉമിനീർ ഉൽപാദിപ്പിക്കുന്നു.
- നിങ്ങളോടൊപ്പ ജന്മദിനം ആഘോഷിക്കുന്ന 90 ലക്ഷം ആളുകൾ ഈ ഭൂമിയിലു്.
- 3000 കിലോ കലോറി ഊർജ്ജം ലഭിക്കാൻ 0.30 കിലോഗ്രാം ഇന്ധന എണ്ണ കത്തിക്കണം.
- വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു തുണിയും ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തുണിയും ഉണക്കുവാനിട്ടാൽ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള തുണി ആദ്യം ഉണങ്ങും. മധ്യത്തിൽ നിന്ന് പുറത്തേക്ക് എന്ന കണക്കിലാണ് സാധാരണ തുണി ഉണങ്ങുക.
- 1നും 100 നും ഇടയിൽ 25 അഭാജ്യസംഖ്യ...കളും 100 നും 200 നും ഇടക്ക് 21 അഭാജ്യസംഖ്യകളും 200 നും 300 ...ക് 16 അഭാജ്യസംഖ്യകളും ഉ്.
- ഭൂമി എന്ന് അർത്ഥം വരുന്ന 'ജ്യാ' ...കൃത പദവും അളവ് എന്നർത്ഥമുള്ള 'മിതി' എന്ന സംസ്കൃത പദം ചേർ...ജ്യാമിതി എന്ന വാക്ക് ഉായത്.



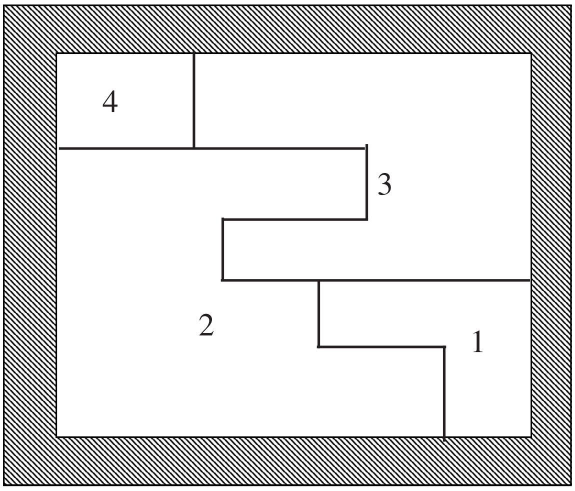
കംപ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിച്ച് കാർട്ടൂൺ ചിത്രം നിർമ്മിക്കുന്നത്.

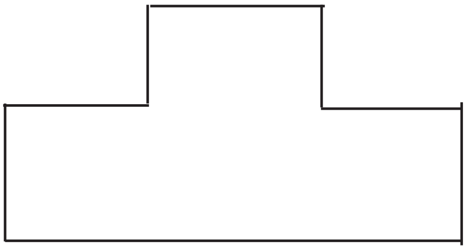
സാധാരണക്കാരെ വളരെയധികം ആകർഷിക്കുന്ന കംപ്യൂട്ടറിന്റെ ഒരു പ്രത്യേകത അതിന് ചിത്രങ്ങൾ പ്രദർശിപ്പിക്കാനുള്ള കഴിവാണ്. ടെലിവിഷനുസമാനമായ സാങ്കേതികവിദ്യ അടിസ്ഥാനമാക്കി ബഹുവർണ ചിത്രങ്ങൾ വരെ നിർമിക്കാൻ കമ്പ്യൂട്ടറിന് എളുപ്പം സാധിക്കും. കമ്പ്യൂട്ടർ ഗ്രാഫിക്സ്, ത്രി.ഡി ആനിമേഷൻ എന്ന വിജ്ഞാനശാഖ ഇന്ന് വളരെയധികം പുരോഗമിച്ചു കഴിഞ്ഞിരിക്കുന്നു. കാർട്ടൂൺ ആനിമേഷൻ കമ്പ്യൂട്ടർ ഗ്രാഫിക്സ് സാങ്കേതിവിദ്യ എങ്ങനെ പ്രയോജനപ്രദമാകുമെന്ന് നോക്കാം. ഒരു സെക്കന്റിലേക്ക് കാർട്ടൂൺ ഫിലീം തയ്യാറാക്കാൻ 24 ചിത്രങ്ങൾ വരെ വേിവരും. ഇന്ന് 24 ചിത്രങ്ങൾക്കും ചെറിയവ്യത്യാസങ്ങൾ മാത്രമേ ഉള്ളുവെങ്കിലും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം നിർമ്മിക്കേിവരുമെന്നത് കാർട്ടൂൺ ആനിമേഷന്റെ നിർമ്മാണച്ചെലവ് സ്വാഭാവികമായും വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. കമ്പ്യൂട്ടർ രംഗപ്രവേശനം ചെയ്യുകയാണെങ്കിലോ? ഒരു ആർട്ടിസ്റ്റിനെക്കൊ് ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും ചിത്രങ്ങൾ മാത്രം നിർമിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ അവയ്ക്കിടയിലുള്ള ചിത്രങ്ങൾ കമ്പ്യൂട്ടർ കണക്കുകൂട്ടുലുകളിലൂടെ നിർവ്വഹിച്ചുകൊള്ളും. ഇൻബിറ്റ് വീനിംഗ് (inbetweening) എന്നറിയപ്പെടുന്ന ഈ പ്രക്രിയയിലുടെയാണ് കമ്പ്യൂട്ടർ ആനിമേഷൻ ചിത്രങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നത്.

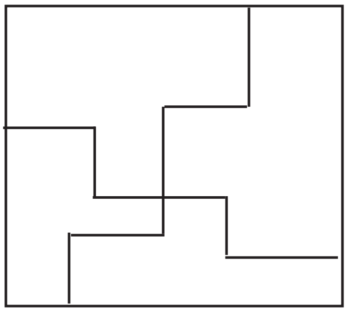


ചിത്രത്തിനടിയിൽ ഒരു കാർഡ് വെച്ച് സൂചികൊ് മൂലകളിൽ കുത്തിടുക. കാർഡ് എടുത്ത് വരച്ച് 4 കഷ്ണങ്ങള വെട്ടി എടുക്കുക. ഈ നാലുകഷ്ണങ്ങളും ചേർത്ത് ഒരു സമചരുതം നിർമ്മിക്കുക. ഉത്തരം





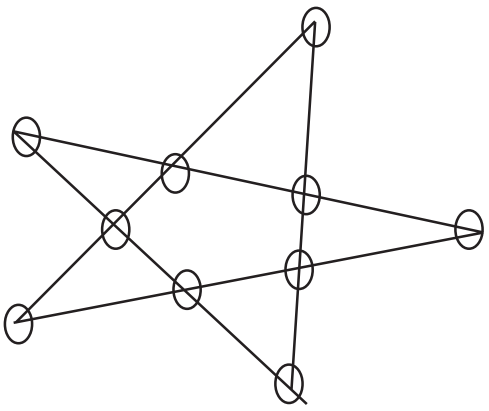
ഈ പടം നോക്കൂ. ഇനിപടത്തിനടിയിൽ ഒരു കാർഡ് വെച്ച് സൂചികൊ് മൂലയിൽ കുത്തിടുക. കാർഡ് പുറത്തെടുത്ത് സ്കെയിലുപയോഗിച്ച് വരച്ച് ഈ രൂപം വെട്ടി എടുക്കുക. ഇത്തരം നാല് രൂപങ്ങൾ വെട്ടി എടുത്ത് ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ ശ്രമിക്കൂ.



ഉത്തരം കിട്ടിയില്ലേ..........................

നാണയക്കണക്ക്

ആകെ 10 നാണയം 5 വരിയിലായി നിരത്തിവെക്കണം. ഓരോ വരിയിലും നാലുനാണയങ്ങളേ പാടുള്ളൂ.



സ്വർണ്ണനാണയങ്ങൾ

ഒരാൾക്ക് 4 പുത്രന്മാരുായിരുന്നു. അയാൾകുറെ സ്വർണനാണയങ്ങൾ തന്റെ സമ്പാദ്യമായി ഒരു പെട്ടിയിൽ സൂക്ഷിച്ചിരുന്നു. ഈ സ്വർണ്ണനാണയങ്ങൾ തുല്യമായി ഭാഗിച്ചെടുക്കാൻ അവരോട് ആവശ്യപ്പെട്ട് അയാൾ അന്തരിച്ചു.

മൂത്തപുത്രൻ പെട്ടി തുറന്ന് നാണയം എണ്ണിനോക്കി. കൃത്യമായി നാലിൽ ഒരുഭാഗം എടുത്തു സ്ഥലം വിട്ടു. ആദ്യത്തെയാൾ നാണയം എടുത്തവിവരം രാമൻ അറിഞ്ഞില്ല. അയാൾ നാണയം എണ്ണിനോക്കി കൃത്യമായി നാലിൽ ഒരുഭാഗം അയാളും എടുത്തു. 1നാണയം കൂടുതലും എടുത്തു. മൂന്നാമനും ഇതേപോലെ ഭാഗിച്ച് നാലിൽ 1 ഭാഗവും എടുത്തു. കൂടാതെ 2 നാണയം അധികം എടുത്തു. നാലാമൻ വന്ന് ബാക്കിയുള്ള നാണയങ്ങൾ മുഴുവനും എടുത്തുസ്ഥലം വിട്ടു. അത്ഭുതമെന്നുപറയട്ടെ അവർക്ക് കിട്ടിയ നാണയങ്ങൾ എല്ലാം തുല്യമായിരുന്നു. എന്നാൽ സ്വർണ്ണനാണയങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണം എത്രയായിരിക്കുന്നു.

ഉത്തരം – 16 എണ്ണം

മൂന്ന് ഗണിത ക്വിസ്

ഒന്ന് – 1 ഒരു സംഖ്യ ആസംഖ്യയോട് അതേ സംഖ്യ കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ നമ്മൾ മറിച്ചെഴുതുന്നു. ഇനി ആസംഖ്യയെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യകൊ് വിഭജിക്കുന്നു (ഹരിക്കുന്നു) അത്ഭുതം! ഉത്തരം അതേ സംഖ്യതന്നെയായിരിക്കും. എന്നാൽ ആ സത്യം പറയാമോ?

ഉത്തരം 9 +9 = 18 മറിച്ചെഴുതുമ്പോൾ

81, 81 ÷ 9 = 9

ര് :– രാജുവിന്റെ വയസ് അവന്റെ അമ്മാവന്റെ വയസിന്റെ അഞ്ചിലൊരു ഭാഗമാണ്. അമ്മാവന്റെ വയസിനെ 2, 3, 4 , 6, 8 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ കൊ് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 കിട്ടുന്നു. അതേസമയം 5 കൊ് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം വരികയില്ല. എങ്കിൽ രാജുവിന്റെ വയസ്സെത്ര?

ഉത്തരം : രാജുവിന്റെ വയസ്സ് = 5 അമ്മാവന്റെ വയസ്സ്=25

മൂന്ന്

എന്റെ വയസിലുള്ള രു സംഖ്യകളുടെയും തുക 9 കിട്ടും രു സംഖ്യകളുടെയും സ്ഥാനം മാറ്റി എഴുതിയാൽ എന്റെ വയസിനേക്കാൾ ഒമ്പത് അധികമാകും. എന്നാൽ എന്റെ വയസെത്ര?

ഉത്തരം 45 ; 4+ 5= 9 54−45 = 9

വ്യത്യാസം = 9

എത്ര വുകൾ വന്നു?

കിരിക്കാൻ രസമാണു പൂവിൽ
വുവന്നു നുകർന്നുപറന്നാൽ
കൂട്ടുകാരേ, ഒരിക്കൽ ഞാൻ കൂ
പാട്ടുപാടിപ്പറന്നു നടക്കും
ഒട്ടുവുകൾ വന്നതിൽ നിന്നും
എട്ടുവുകൾ വന്നപോൽപോയി
ബാക്കിയുള്ളതിൽ മൂലത്തൊടാറും
ബാക്കിയും ചേർത്താൽ വന്നവയോളം
എത്ര വുകൾ വന്നു? പറയാ,
മിത്തിരി നിങ്ങളൊന്നു ശ്രമിച്ചാൽ

ഉത്തരം

ആകെ വന്നവയിൽ നിന്നും എട്ടെണ്ണം തിരികെപ്പോയിട്ട്, ബാക്കിയായവുകളുടെ എണ്ണം സങ്കല്പിക്കുകയാണ് എളുപ്പം.

ബാക്കിയായ വുകൾ

ആകെ വന്നത് +8

മൂലം എന്നാൽ വർഗ്ഗമൂലം

അതിനാൽ,

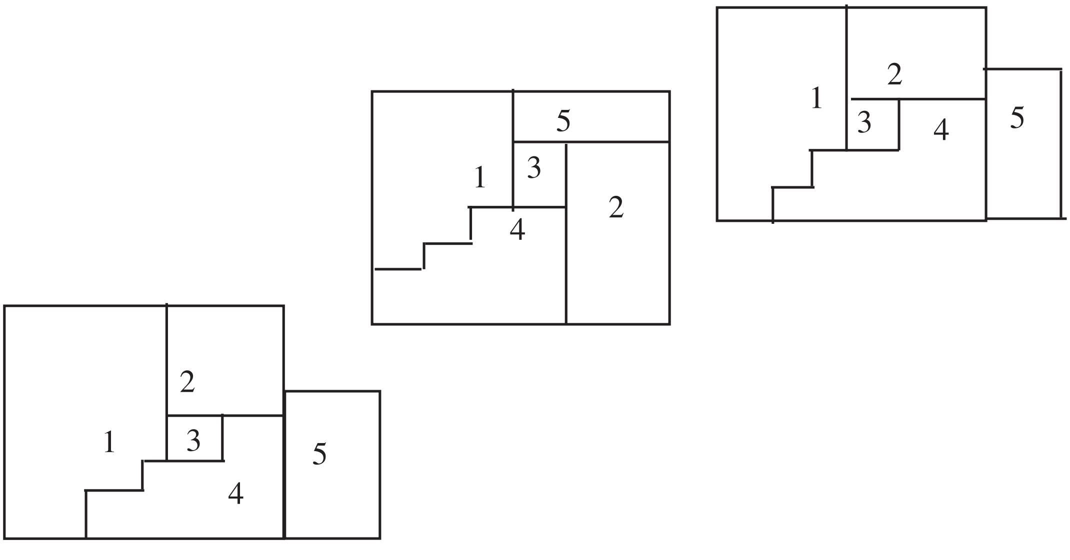
$$\sqrt{x}+6+x=x+8$$
$$\sqrt{x}=2$$
$$x=4$$

ആകെ വന്നത് = 4 + 8
= 12

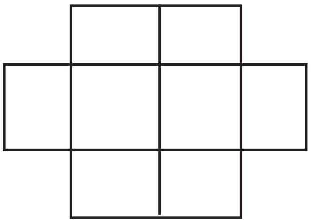
12 വുകൾ

ഗണിതമൂല

പടത്തിനടിയിൽ ഒരു കാർഡുവച്ച് മൂലകളിൽ സൂചികൊ് കുത്തിടുക. കാർഡുമാറ്റി പടം വരച്ച് അഞ്ചു കഷണങ്ങളായി വെട്ടിയെടുക്കുക. ഇവ അഞ്ചും ചേർത്തു ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.



കളിയിൽ അൽപം കണക്ക്



കൂട്ടകാരേ; നിങ്ങൾക്കൊരു മത്സരം ? ആർക്കും പങ്കെടുക്കാം. 1 മുതൽ 8 വരെ സംഖ്യകൾ മുകളിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന കളത്തിൽ എഴുതണം – ഒരു നിബന്ധന കൂടിയു്. അനുക്രമമായ സംഖ്യകൾ തൊട്ടടുത്തള്ള കളങ്ങളിൽ വരാൻ പാടില്ല.

	3	5	
7	1	8	2
	4	6	

മട്ടകോൺ കവിത

മുറിതൻ തറയിൽ
ചുവരിൽ പിന്നെ
വാതിൽ, ജനൽ
പാളികളിൽ
ഡസ്കിൽ ബഞ്ചിൽ
മേശയിലെല്ലാം
മട്ടം കാണാൻ മുട്ടില്ല.

കോണിന്നളവതു
തൊണ്ണൂറ്
ശ്രദ്ധച്ചീടു മട്ടങ്ങൾ

സംഖ്യ ശബ്ദങ്ങൾ – സ്ഥലനാമങ്ങൾ

- ♦ ഒറ്റപ്പാലം
- ♦ ഒരു മുഖം
- ♦ ഒന്നാം പാലം
- ♦ ഒതവക്കോണം
    - • ര ത്താ ണി
    - • ര ാം കുറ്റി
- ♦ മൂന്നാർ
- ♦ മൂന്നാനക്കുഴി
- ♦ മൂന്നാംപടി
- ♦ മൂന്നുപ്ലാക്കൽ
- ♦ മൂന്ന് നെല്ലിമൂട്.
- ♦ മൂന്നുകല്ലിൻമൂട്
- ♦ മൂന്നാം പാലം
- ♦ മൂന്നിൽമൂട്.
    - • നാലാം മൈൽ
- ♦ അഞ്ചുകുന്ന്
- ♦ അഞ്ചാലംമൂട്

♦ അഞ്ചുകല്ലും മൂട്
♦ അഞ്ചാം പീടിക
♦ അഞ്ചുതെങ്ങ്
♦ അ ഞ്ച ര ക്ക ി
♦ അഞ്ചുമരംകാല
  • ആറാമട
  • ആറാലുംമൂട്
  • ആറുമുറിക്കട
♦ ഏഴു മുട്ടം
♦ ഏഴാനിക്കൂട്ടം
♦ എട്ടുകുഴി
♦ ഒമ്പതുങ്ങൽ
♦ ഒമ്പതേക്കർ ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ. ഇനിയും കാണും.

സംഖ്യകൾകൊരാരു സൂത്രം

നിങ്ങളുടെ കൂട്ടുകാരൻ അവന് പരീക്ഷയിൽ കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ നിങ്ങളിൽനിന്നു മറച്ചു പിടിക്കുന്നുങ്കെിൽ അതിനെതിരായി ഇതു പ്രയോഗിക്കാം! ഏതെങ്കിലും രു വിഷയത്തിനു കിട്ടിയ മാർക്ക് ഇപ്രകാരം കാണാം! ഉദാഹരണമായി കണക്കിനും മലയാളത്തിനും കിട്ടിയ മാർക്ക് ആവട്ടെ.

ആദ്യമായി നിങ്ങളുടെ കണക്കിന്റെ മാർക്കിന്റെ രുമടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടുക. ഇതിനെ 50 കൊ് ഗുണിക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഫലത്തോട് മലയാളത്തിനുകിട്ടിയ മാർക്കും തുടർന്ന് 365 ഉം കൂട്ടുക എത്രകിട്ടി?

'5457'

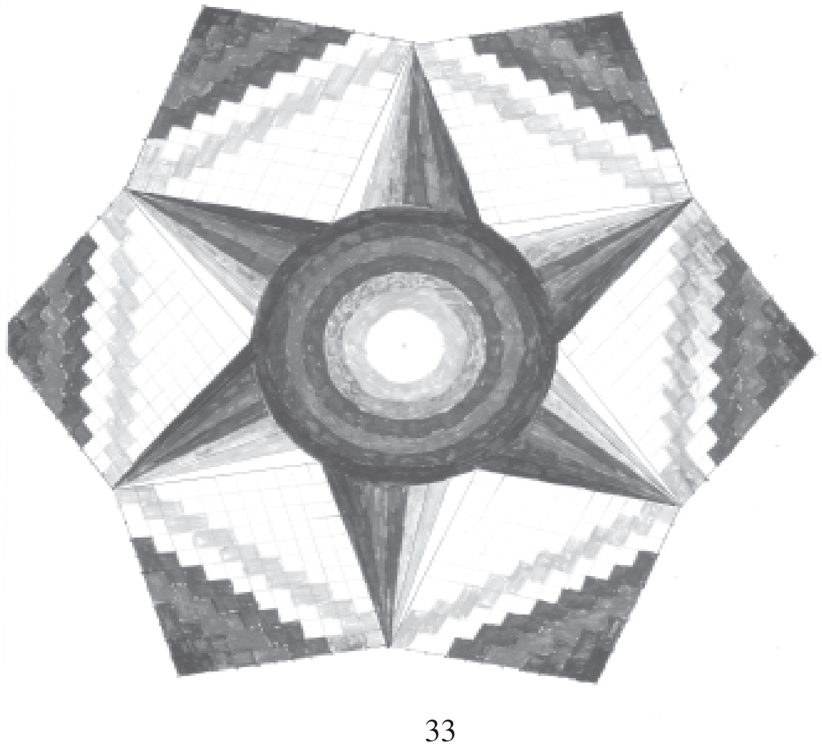
എങ്കിൽ കണക്കിനുകിട്ടിയ മാർക്ക് 48 ഉം മലയാളത്തിനു 42 ഉം കിട്ടിയിട്ടു്.

എങ്ങനെ കത്തെിയെന്നറിയേ? ഒടുവിൽ കിട്ടിയ സംഖ്യയിൽ നിന്നും 615 കുറക്കുക. ഇതിലെ ആദ്യത്തെ രക്കങ്ങൾ ചേർത്തുള്ള സംഖ്യ കണക്കിനുകിട്ടിയ മാർക്കും, രാമത്തെ ഭാഗത്തെ (ഒറ്റയുടേയും 10 ന്റെയും ഭാഗം ചേർന്നത്) സംഖ്യ മലയാളത്തിനുകിട്ടിയ മാർക്കുമാണ്

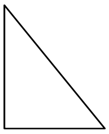
അതായത് 5457−615 = 4842

കണക്കിന് 48 ഉം മലയാളത്തിന് 42 ഉം

ഒന്നു പരീക്ഷിച്ചുനോക്കൂ......................

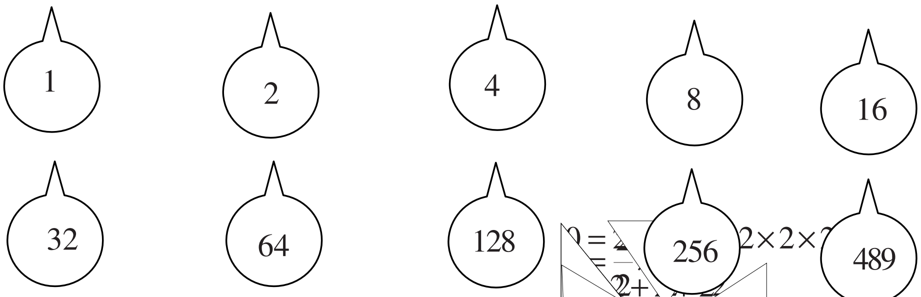


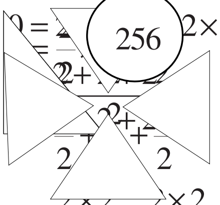
1) നാല് ത്രികോണങ്ങളിതാ. ഇവ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരമുാക്കണം. ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ.



ഉത്തരം:–

2) മറ്റൊരു പ്രശ്നത്തിലേയ്ക്ക് തിരിഞ്ഞാലോ?
കാട്ടിലേയ്ക്ക് പഠനയാത്ര പുറപ്പെട്ട ഏതാനും കുട്ടികളുടെ കഥയാണിത്.
വട്ടക്കുറ്റി സ്കൂളിലെ 7–ാം ക്ലാസ്സ് വിദ്യാർത്ഥികൾ സുന്ദർവൻ കാട്ടിലേയ്ക്ക് ഒരു പഠനയാത്ര നടത്തി. തിരികെ വന്നപ്പോൾ രാമു ശേഖരിച്ച 1000 നെല്ലിക്കകൾ 10 സഞ്ചികളായി നിരത്തിവച്ച് അവൻ കൂട്ടുകാരെ വെല്ലുവിളിച്ചു. 1 മുതൽ 1000 വരെയുള്ള എത്ര എണ്ണം വേണമെങ്കിലും സഞ്ചി തുറക്കാതെ സഞ്ചിയോടെ തരാൻ കഴിയുമെന്ന് അവർ പറഞ്ഞു. ഓരോ സഞ്ചിയിലുമുള്ള നെല്ലിക്കകളുടെ എണ്ണം കത്തൊമോ?
ഉത്തരം





3) സംഖ്യകേളി

$$4=\frac{2\times 2}{2}+\frac{2\times 2}{2}$$

$$5=\frac{2\times 2\times 2}{2}+\frac{2}{2}$$

$$6=2+2+\frac{2}{2}+\frac{2}{2}$$

$$7=(2+2)+(2\times 2)-\frac{2}{2}$$

$$8=2+2+2+2+2-2$$

$$9=2+2+2+2+\frac{2}{2}$$

$$10=2\times 2\times 2+2+2-2$$

10% കുറച്ചാൽ

ശിക്ഷണനടപടിയുടെ ഭാഗമായി ഒരു ഉദ്യോഗസ്ഥന്റെ ശമ്പളം 10% വെട്ടിക്കുറച്ചു. എന്നാൽ അവസാനം ഒത്തുതീർപ്പെന്ന നിലയിൽ ശമ്പളത്തിൽ വീും 10% വർദ്ധന വരുത്തി. അയാളുടെ ശമ്പളത്തിൽ വ്യത്യാസം വരുമോ? ഉങ്കിൽ അത് എത്രശതമാനം വരും?

ഉത്തരം അയാളുടെ ഇപ്പോഴത്തെ ശമ്പളം മുമ്പേത്തേതിനേക്കാൾ ഒരു ശതമാനം കുറവായിരിക്കും. (ആദ്യശമ്പളം 10,000 എന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. അപ്പോൾ 10% കുറച്ചാലുള്ള ശമ്പളം 9000 ആയിരിക്കും. അതിനാൽ 9000 ന്റെ 10% വർദ്ധനയാണ് ലഭിക്കുക. ഇത് ആദ്യ ശമ്പളത്തിന്റെ 9% ആയിരിക്കും)

തീയ്യതിക്കും പ്രത്യേകതയോ?

കൂട്ടുകാരെ, 19/9/1991 എന്ന തീയ്യതിയുടെ ഗണിതപരമായ പ്രത്യേകത കത്തൊമോ? ഉത്തരം 19/09/1991 ഒരു പാലിൻ ഡ്രോമിക തീയ്യതിയാണ്. അതായത്, തിരിച്ചു വായിച്ചാലും (വലത്തുനിന്ന് ഇടത്തോട്ട്) ഇതേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും.

സംഖ്യകൾ

ഒറ്റയും ഇരട്ടയും

2n എന്ന വാചകത്തിൽ 'n' ന് എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ വിലയായി കൊടുത്താൽ ഇരട്ട സംഖ്യകളും 2n – 1 എന്ന വാചകത്തിൽ 'n' എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ വിലയായി കൊടുത്താൽ ഒറ്റ സംഖ്യകളും കിട്ടും. ഒറ്റ സംഖ്യകളെയെല്ലാം 4 കൊ് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം ഒന്നോ മൂന്നോ ആയിരിക്കും.

പ്രത്യേകതകൾ

ഒറ്റ +ഒറ്റ = ഇരട്ട

ഇരട്ട + ഇരട്ട = ഇരട്ട

ഒറ്റ +ഇരട്ട = ഒറ്റ

ഇരട്ട × ഇരട്ട =ഇരട്ട

1 എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ /(Natural Numbers)
നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ (N)
1, 2, 3, 4 ....

2. അഖണ്ഡസംഖ്യകൾ (W) (Whole Numbers) : 0, 1,2,3 ....

3. പൂർണ്ണസംഖ്യകൾ (Z) (Zahlen) : -,-,-, 0-2, -1, 0, 1, 2, 3 ....

4. ഭിന്നകങ്ങൾ (Q) (Quotient) : പൂർണ്ണസംഖ്യകളും $\frac{p}{q}$ രൂപത്തിലെഴുതാവുന്ന സംഖ്യകളും
1, 2, 3 ....–1, –2, –3.........., $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{6}{5}$

5. അഭിന്നകങ്ങൾ : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$

വിപരീതം ശരിയോ?

എല്ലാ പൂർണ്ണസംഖ്യകളും ഭിന്നകങ്ങളാണ്. എന്നാൽ എല്ലാ ഭിന്നകങ്ങളും പൂർണ്ണ സംഖ്യകളല്ല.

സംഖ്യകളുടെ തറവാട്

രേഖീയ സംഖ്യകൾ

ഭിന്നകങ്ങൾ | അഭിന്നകങ്ങൾ

പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ | ഭിന്ന സംഖ്യകൾ | കരണികൾ | അതീത സംഖ്യകൾ

ന്യൂന സംഖ്യകൾ | പൂജ്യം | എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ

എണ്ണൽ സംഖ്യകളിലെ വകഭേദങ്ങൾ

1. അനന്ഘസംഖ്യകൾ

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങളിൽ സംഖ്യ ഒഴികെയുള്ളവയുടെ തുക സംഖ്യയ്ക്ക് തുല്യമായാൽ ആ സംഖ്യ അനന്ഘസംഖ്യയാണ്.

ഉദാ:– 6 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 3, 6

1 + 2+ 3= 6

ഇതുവരെ കത്തെിയിട്ടുള്ള അനന്ഘസംഖ്യകളെല്ലാം ഇരട്ടസംഖ്യകളാണ്.

ഇവയുടെ ഘടകങ്ങളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ തുക 2 ആയിരിക്കും.

ഉദാ:– 6 – 1, 2, 3,6

2. ശുഷ്കസംഖ്യകൾ

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങളിൽ ആ സംഖ്യ ഒഴികെയുള്ളവയുടെ തുക സംഖ്യയെക്കാൾ കുറവായാൽ അവ ശുഷ്ക സംഖ്യകളാണ്.

15 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, 3, 5, 15

1+3+5<15

3. സമൃദ്ധ സംഖ്യകൾ

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങളിൽ സംഖ്യ ഒഴികെയുള്ളവയുടെ തുക സംഖ്യയെക്കാൾ കൂടുതലായാൽ അവ സമൃദ്ധസംഖ്യകളാണ്.

ഉദാ:– 12 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ – 1, 2, 3, 4, 6 12

1+2+3+5+6>12

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=2$$

ആദ്യത്തെ സമൃദ്ധ ഒറ്റ സംഖ്യ 945 ആണ്.

അനന്ഘസംഖ്യകളുടെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം സമൃദ്ധ സംഖ്യകളായിരിക്കും.

4. സുഹൃദ് സംഖ്യകൾ

ഒരു ജോടി സംഖ്യകളിൽ ഒന്നിന്റെ ഘടകങ്ങളിൽ അതൊഴികെയുള്ളവയുടെ തുക മറ്റേ സംഖ്യയ്ക്ക് തുല്യമായാൽ ആ ജോടിയെ സുഹൃദ് സംഖ്യകളെന്നു പറയുന്നു.

ഉദാ 220, 284

220 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ – 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220

1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110 =284

284 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ – 1, 2, 4, 71, 142, 284

1+2+4+71+142 = 220

220, 284 എന്ന സുഹൃദ്സംഖ്യാ ജോടി കുപിടിച്ചത് പൈഥഗോറസാണ്.

അടുത്ത ജോടി 17296,18416 കുപിടിച്ചത് 13–ാം നൂറ്റാിൽ ഇബ്ൽ അൽബന്ന എന്ന അറബ് ഗണിതജ്ഞനാണ്.

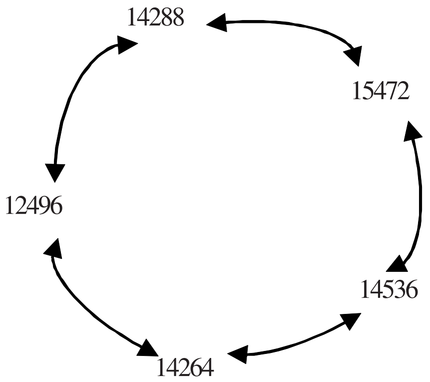
മൂന്നാമത്തെ സുഹൃദ്സംഖ്യാജോടി 1638 ൽ ദെക്കാർത്തെ, 1747 ൽ ഓയ്‌ലർ 30 ജോടി സുഹൃദ് സംഖ്യകൾ എന്നിങ്ങനെ കത്തെിയിട്ടു്.

എന്നാൽ ഇവരാരും കാണാതെപോയ 1184, 1210 എന്ന ജോടി കത്തെിയത് 18 കാരനായിരുന്ന ഇറ്റലിക്കാരൻ നിക്കോളോ പെഗാനിനിയാണ്.

5. സമൂഹസംഖ്യകൾ

n എന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ n ഒഴികെയുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ തുകയെ S(n) എന്നു സൂചിപ്പിച്ചാൽ

S (12496) = 14288
S (14288) = 15472
S(15472) = 14536
S (14536) = 14264
S (14264) = 12496



6. അഭാജ്യസംഖ്യകൾ

1ഉം അതേ സംഖ്യയും അടങ്ങുന്ന 2 ഘടകങ്ങൾ മാത്രമുള്ള സംഖ്യകളാണിവ

2, 3, 5, 7, 11, 13 ....

ഒരേയൊരു അഭാജ്യഇരട്ടസംഖ്യയാണ് 2 ഒന്നിടവിട്ടുള്ള അഭാജ്യസംഖ്യാജോടികൾ അഭാജ്യ ഇരട്ടകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

ഉദാ: (11,13), (3,5), (17,19).......

7. ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ

2 ൽ കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുള്ള സംഖ്യകൾ/അഭാജ്യങ്ങളല്ലാത്തവയെല്ലാം ഭാജ്യസംഖ്യകളാണ്.

4, 6, 8, 9, 10 ....

ഭാജ്യമോ അഭാജ്യമോ അല്ലാത്ത എണ്ണൽസംഖ്യയാണ് '1'

8. അതിഭാജ്യസംഖ്യകൾ

ഭാജ്യസംഖ്യകളിൽ, അതിനുമുൻപുള്ള ഏതു സംഖ്യയെക്കാളും കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുള്ള സംഖ്യകളാണ് അതിഭാജ്യ സംഖ്യകൾ.

ഉദാ :- 6

6ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 3,6 എന്നിങ്ങനെ 4 എണ്ണം 6 നു മുമ്പുള്ള ഒരു സംഖ്യയ്ക്കും 4 ഘടകങ്ങളില്ല. അടുത്ത സംഖ്യ 12

കണ്ടെത്താത്ത ഒന്ന്

അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താനുള്ള സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്താൻ ഇതുവരെ കഴിഞ്ഞിട്ടില്ല.

$2^{2n}+1$ എന്നൊരു സൂത്രവാക്യം ഫെർമ കണ്ടെത്തിയെങ്കിലും $n = 16$ ആയാൽ ഇത് തെറ്റാകും. ഓയ്ലർ

n^2+n+41 എന്നു കണ്ടെത്തി. പക്ഷേ ഇതും $n = 40$ ആകുമ്പോൾ ഭാജ്യസംഖയേ കിട്ടൂ.

$n^2+79n+1601$ എന്നൊരു സൂത്രവാക്യം ഇ.ബി.എസ്കോട്ട് കണ്ടെത്തിയെങ്കിലും $n > 79$ ആകുമ്പോൾ ഇത് ശരിയാവില്ല.

വർഗ്ഗങ്ങളെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ

(1) ര് സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുകയായി എഴുതാൻ കഴിയുന്ന സംഖ്യകൾ

$65 = 8^2 + 1^2 ; 7^2 + 4^2$

$125 = 10^2 + 5^2 ; 11^2 + 2^2$

കണ്ടെത്താനുള്ള മാർഗ്ഗം

ആദ്യം $a \times b = c \times d$ ആകത്തക്കവിധം a, b, c, d എന്നീ 4 എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ എടുക്കുക.

ഉദാ:–

$6 \times 4 = 8 \times 3$

ഇവിടെ $(a+b)^2 + (c-d)^2 = (a-b))^2 + (c+d)^2$ **ആയിരിക്കും**

$(6+4)^2 + (8-3)^2 = (6-4)^2 + (8+3)^2$

$10^2 + 5^2 = 2^2 + 11^2 = 125$

മറ്റൊന്ന്

$16 \times 3 = 6 \times 8$

$(16-3)^2 + (8+6)^2 = (16+3)^2 + (8-6)^2$

$13^2 + 14^2 = 19^2 + 2^2 = 365$

(2) 12, 13 ഇവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത :

$12^2 = 144$

ഇതുപോലെ

$21^2 = 441$

$13^2 = 169$

$31^2 = 961$

(3)

$11^2 = 121$

$101^2 = 10201$

$1001^2 = 1002001$

$10001^2 = 100020001$

ഇതുപോലെ

$12^2 = 144$

$102^2 = 10404$

$1002^2 = 1004004$

$10002^2 = 100040004$

(4) 5ൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം.

$25^2 = (2 \times 3)(5 \times 5) = 625$

$65^2 = (6 \times 7)(5 \times 5) = 4225$

വലത്തേയറ്റത്ത് 25 ഉം ഇടതുവശത്ത് ആസംഖ്യയുടെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യയും തമ്മിൽ ഗുണിച്ചത്.

(5) ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തെ അടുത്തടുത്ത 2 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതാൻ കഴിയും.

$5^2 = 25 = 12 + 13$

$7^2 = 49 = 24 + 25$

$19^2 = 361 = 180 + 181$

(6) 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക.

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ആയിരിക്കും.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \frac{5 \times 6 \times 11}{6} = 55$$

(7). 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ 'n' ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക n^2 ആയിരിക്കും.

$1 + 3 + 5 = 3^2 = 9$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 = 25$

മധ്യപദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം എന്നും വിവക്ഷയു്.

$$x + y = 7$$
$$x - y = 4$$
$$2x = 11$$
$$x = \frac{11}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 28$$

(9). ഫെർമയുടെ അവസാനത്തെ സിദ്ധാന്തം

(Ferma's last theorem) - 1630 ൽ

$x^n + y^n = z^n$ എന്ന സൂത്രവാക്യത്തിന് n >2, (2നേക്കാൾ വലിയ പൂർണ്ണ സംഖ്യ) ആയാൽ നിർദ്ധാരണമില്ല. ഇതിന്റെ തെളിവ് ഫെർമ നൽകിയില്ല.

ഈ വാചകത്തിന് ലോകം അംഗീകരിച്ച തെളിവ് കിട്ടിയത് 1993 ൽ ആണ്. ബ്രിട്ടീഷ് ഗണിതജ്ഞനായ ആൻഡ്രൂ വൈൽസ് ആണ് 1000 പേജ് നീളുന്ന സങ്കീർണ്ണമായ തെളിവ് ലോകത്തിന് നൽകിയത്.

8. ര് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗ വ്യത്യാസം 15 ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏത് എന്നെീങ്ങനെ ക െ ത്താ ാ ം ?

$15 = 5 \times 3$

$(x + y) = 5$ ആയും $(x - y) = 3$ ആയും കരുതിയാൽ

$(x - y)(x - y) = 15$

$(x - y)(x - y) = 15$

$ie \quad x^2 - y^2 = 15$

ഇനി x ന്റെയും യുടെയും വിലകൾ കത്തെിയാൽ മതിയല്ലോ.

എണ്ണൽ സംഖ്യകളല്ലെങ്കിൽ ? വർഗ്ഗ വ്യത്യാസം 28 ആയാൽ സംഖ്യകളേവ?

വർഗ്ഗമൂലങ്ങൾ – ചില പ്രത്യേകതകൾ

(1) 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ 'n' ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക n^2 ആയതു കൊ് $\sqrt{n^2}$ = ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം (1 മുതൽ തുടർച്ചയായത്) ആയിരിക്കുമല്ലോ.

അതിനാൽ $\sqrt{49}$ കാണാൻ

x, y

$x+y=5$ --- (1)

$28 = 7\times 4$, $7=(x+y)$, $4=(x-y)$

$x-y=3$ --- (2)

$(x+y)(x-y)=28$

$(1)+(2) \rightarrow 2x=8$

$x^2-y^2=28$

$\therefore x=4$

$y=1$

$\therefore 4^2-1^2=15$

$$
\begin{array}{l}
49- \\
\underline{\;1\;} \\
48- \\
\underline{\;3\;} \\
45- \\
\underline{\;5\;} \\
40- \\
\underline{\;7\;} \\
33- \\
\underline{\;9\;} \\
24- \\
\underline{11} \\
13 \\
\underline{13} \\
0
\end{array}
$$

മറ്റൊരു രീതി (വലിയ സംഖ്യകൾക്ക്)

കാണണം എന്നിരിക്കട്ടെ

തൊട്ടുപിന്നിലെ വർഗ്ഗസംഖ്യ $30^2 = 900 =$ ഒന്നുമുതൽ തുടച്ചയായ 30 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക.

31–ാമത്തെ ഒറ്റ സംഖ്യ = $2n-1=61$

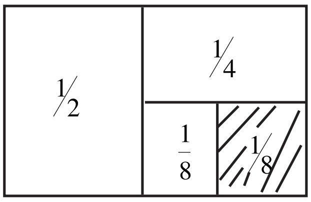
$$\therefore 961 = \begin{array}{r} 900+ \\ 61 \\ \hline 961 \end{array}$$ 31 –ാമത്തെ ഒറ്റ സംഖ്യ

$$\therefore \sqrt{961} = 31$$

ഭിന്നസംഖ്യകൾ

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}=1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$$



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

അല്പം ചരിത്രം

1 ന്റെ ഭാഗമെന്ന നിലയ്ക്കാണ് ഭിന്നസംഖ്യകൾ ആദ്യം നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടത്. അതുകൊ് തന്നെ ആദ്യകാല ഭിന്നങ്ങൾ സാധാരണ ഭിന്നങ്ങളായിരുന്നു. 16–ാം നൂറ്റിൽ – കൃത്യമായി പറഞ്ഞാൽ 1542 ൽ റോബർട്ട് റെക്കോർഡേ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ വിഷമഭിന്നങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനായി ഭിന്നസംഖ്യകളെ ഹരണക്രിയാരീതിയിൽ അവതരിപ്പിച്ചു. ഈ കാലഘട്ടത്തോടെയാണ്. $a \div b = a/b$ എന്നെഴുതാൻ തുടങ്ങിയത്.

ഭിന്നങ്ങൾ സംഖ്യാരേഖയിൽ

ഏതു രു ഭിന്നത്തിനിടയ്ക്കും മറ്റൊരു ഭിന്നം കത്തൊം.

ഉദാ:

$$\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}<\frac{2}{5}<\frac{1}{2}$$ (അംശങ്ങൾ തമ്മിലും ഛേദങ്ങൾ തമ്മിലും കൂട്ടുക)

$$\frac{1}{3}<\frac{3}{8}<\frac{3}{7}<\frac{1}{2}\ etc.$$

ഭിന്നസംഖ്യകളെ സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്താമെന്നും എല്ലാഭിന്നസംഖ്യകളും അടയാളപ്പെടുത്തിക്കഴിഞ്ഞാലും രേഖയിൽ ബിന്ദുക്കൾ അവശേഷിക്കുമെന്നും കത്തെിയത് പൈഥഗോറിയൻമാരാണ്.

പുരാതനഭാരതത്തിൽ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. ബക്ഷാലിയിൽ നിന്നു കടെുത്ത രേഖയിൽ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാനുള്ള രീതികളും അതില്ു്.

ഭിന്നസംഖ്യാഹരണം

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ഇത് ഹീബ്രു രീതിയെന്നറിയപ്പെടുന്നു.

എന്നാൽ വ്യൂൽക്രമം കൊു ഗുണിക്കാതെ കോണോടുകോൺ ഗുണിച്ചാലും മതി.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{c \times b}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{14}{15}$$

ഭിന്നസംഖ്യകൾ – താരതമ്യം

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ഇവ താരതമ്യം ചെയ്യണമെന്നിരിക്കട്ടെ

കോണോടുകോൺ ഗുണിച്ചാൽ ad, bcഎന്നിങ്ങനെയാണല്ലോ. ഇതിന് മൂന്ന് സാധ്യതകളു്.

ad = bc, ad >bc, ad< bc

ad= bc ആയാൽ ഭിന്നസംഖ്യകൾ രും തുല്യം.

ad>bc ആയാൽ $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

ad <bc ആയാൽ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

ഉദാ:– $\frac{2}{3}$ ആണോ $\frac{6}{7}$ ആണോ വലുത്?

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{7}; 14 < 18$$

$$\therefore \frac{2}{3} < \frac{6}{7}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{10^n}$$

10 ന്റെ കൃതികൾ ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ വന്നാൽ തുക കാണാൻ

$\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4}$ എത്ര?

0.1 +
0.01
0.001
0.0001
0.1111

എങ്കിൽ **എത്ര?**

0.111 .... n ഒന്നുകൾ

ദശാംശഭിന്നങ്ങളും സ്ഥാനവിലയും.

$$\frac{1}{4}=0.25=\frac{20}{100}+\frac{5}{100}=\frac{2}{10}+\frac{5}{100}$$

$\therefore 2, \frac{1}{10}$ ന്റെ സ്ഥാനത്തും 5, $\frac{1}{100}$ ന്റെ or $\frac{1}{10^2}$ ന്റെ സ്ഥാനത്തും

$$\frac{1}{8}=0.125=\frac{125}{1000}=\frac{100}{1000}+\frac{20}{100}+\frac{5}{1000}$$

$$=\frac{1}{10}+\frac{2}{100}+\frac{5}{1000}$$

$\therefore$ 1 ന്റെ സ്ഥാനവില =

2 ന്റെ സ്ഥാനവില = $\frac{1}{100}$

5 ന്റെ സ്ഥാനവില = $\frac{1}{1000}$

പിൻഗാമി ആര് ?

1 ഒഴികെ മറ്റെല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും പിൻഗാമിയെയും മുൻഗാമിയെയും കണ്ടെത്താൽ പ്രയാസമില്ല.
എന്നാൽ ഒരു ദശാംശസംഖ്യയുടെയോ?
0.5 ന്റെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യ ഏതാണ്?
0.6 ആണോ? 0.51 ആണോ? 0.501 ആണോ? ....$\frac{1}{10}$............ കണ്ടെത്തിനോക്കൂ....................

ഒരു കുസൃതിച്ചോദ്യം

$\frac{1}{9}=0.111$........................

$\frac{2}{9}=0.222$........................

$\frac{3}{9}=0.888$........................

....

....

$\frac{8}{9}=0.888$........

എങ്കിൽ $\frac{9}{9}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം എന്താണ്?

$(0.333.........)^2$ എത്രയായിരിക്കും?

$\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}=\frac{1}{9}=0.111$...............

$\sqrt{0.444..........}$ എത്രയാണ്?

$\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}=0.666$..........

ദശാംശവും ഭിന്നവും

അവസാനിക്കുന്ന ഏത് ദശാംശരൂപത്തെയും നമുക്ക് ഭിന്നമാക്കി മാറ്റിയെഴുതാം.

$$\cdot 123 = \frac{123}{1000}$$

എന്നാൽ 0.123123123.............. എന്ന ആവർത്തക ദശാംശഭിന്നത്തെയോ?

അതിന്

Let x = 0.123 123123...............

1000 = 123.123123123.........

1000 - =123

999 = 123

അതായത് $0.123123123.................. = \frac{123}{999}$

ഇനി 0.1222 .... ആയാലോ

Let x = 0.1222 ....

10x = 1.222..................

$100x = 12.222$

$100x - 10x = 11$

$90x = 11$

$\therefore x = 11/90$

അതായത് 0.122 .... = $\frac{11}{90}$

c

$1000x - x = 123.$

$\therefore x = \frac{123}{999}$

$1 = 1 = 2 - 1$

$1 + 2 = 3 = 2^2 - 1$

$1 + 2 + 2^2 = 7 = 2^3 - 1$

$1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15 = 2^4 - 1$

കൃതികൾ

....

....

ഒരു നിശ്ചിത എണ്ണം 2 ന്റെ കൃതികളുടെ തുക കാണുന്നതെങ്ങനെ?

$$1 + 2 + 4 + 8 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$$

$$\therefore 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{n+1} - 1$$

അതായത്

ഒരു സൂത്രം

$375 \times 1001 = 375375$

$438 \times 1001 = 438438$

ഒരു മൂന്നക്ക സംഖ്യയെഴുതുക. അത് ഒന്നുകൂടി എഴുതി ആറക്ക സംഖ്യയാക്കുന്നു. അതിനെ ആദ്യം 7 കൊ് ഹരിക്കുക. പിന്നെ 13 കൊ് ഹരിക്കുക. ആദ്യ മൂന്നക്ക സംഖ്യതന്നെ ഉത്തരം കിട്ടും. കാരണമെന്തെന്നോ? അല്ലേ?

ഗോസിന്റെ സൂത്രം

1 മുതൽ തുടർച്ചയായ 'n' എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണാൻ ക ാൽ മ തി

അതായത്

$\frac{\text{അവസാനത്തെ പദം} \times \text{തൊട്ടടുത്തപദം}}{2}$

OR

ജോടികളുടെ എണ്ണം X ജോടികളുടെ തുക

ഉദാ :–

OR

$7 \times 11 \times 13 = 1001$ $\frac{n(n+1)}{2}$ $11 \times 5 = 55$

$1+2+3+\ldots\ldots\ldots\ldots+10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$

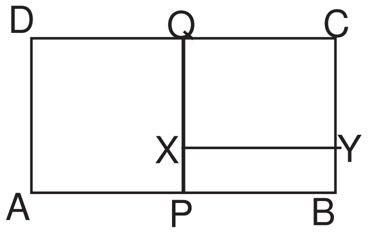
$1+2+3+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+8+9+10$

ഓരോ ജോടിയുടെയും തുക 11 ആണ്
ഇത്തരം 5 ജോടികളുാകും.

തുക =

അപ്പോൾ 1 മുതൽ 9 വരെയായലോ?
1 നു മുമ്പ് 0 ചേർക്കുക (തുകയിൽ വ്യത്യാസം വരില്ലല്ലോ)
0+1+2+3+.....................7+8+9
ജോടികളുടെ തുക = 9, എണ്ണം = 5
$\therefore 9 \times 5 = 45$ ആകും തുക.

കനകചതുരങ്ങൾ

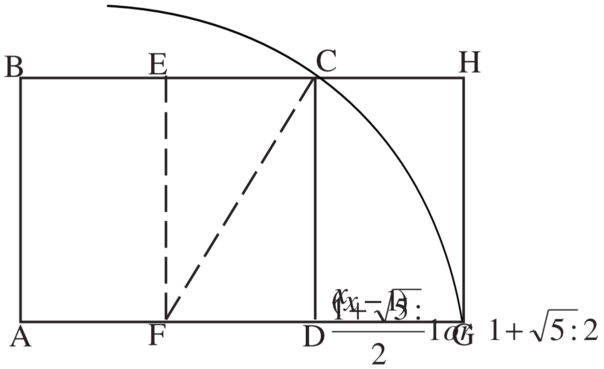


ചതുരം ABCD യിൽ നിന്ന് ഏറ്റവും വലിയ സമചതുരം APQDമുറിച്ച് മാറ്റിയാൽ ശേഷിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും ABCD യുടെ നീളവും വീതിയും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും.

ശേഷിക്കുന്ന ചതുരത്തിൽ നിന്ന് ഈ മുറിച്ചു മാറ്റൽ പ്രക്രിയ തുടർന്നാൽ ഇതേ അംശബന്ധം തുടരുന്നതായി കാണാം. ഇത്തരം ചതുരങ്ങളാണ് കനകചതുരങ്ങൾ

കാഴ്ചയ്ക്ക് ഏറ്റവും തൃപ്തികരമായ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ കനകചതുരങ്ങളത്രേ

കനചതുരങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്ന വിധം



സമചതുരം ABCD നിർമ്മിക്കക. അതിനെ EF എന്ന രേഖകൊ് തുല്യമായി വിഭജിക്കുക. ഇനി F കേന്ദ്രമാക്കി FC ആരമായി ഒരു ചാപം വരച്ച് AD യെ G യിൽ ഖണ്ഡിക്കത്തക്കവിധം AD നീട്ടുക. GH, BH എന്നിവ നീട്ടി ഒരു ചതുരമാക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടി AGHBഒരു കനകചതുരമായിരിക്കും ഇനി ആദ്യമുായിരുന്ന ABCD മുറിച്ചു മാറ്റിയാൽ ബാക്കിയുള്ളതും ഒരു കനകചതുരമായിരിക്കും.

കനകാംശബന്ധം – സൗന്ദര്യത്തിന്റെ അംശബന്ധം

ഒരു കനകചതുരത്തിന്റെ നീളം എന്നും വീതി 1 എന്നും കരുതുക. അപ്പോൾ അംശബന്ധം x:1 ഏറ്റവും വലിയ സമചതുരം മാറ്റിയാൽ ശേഷിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ നീളം 1 ഉം വീതി ഉം ആയിരിക്കുമല്ലോ. അപ്പോൾ അംശബന്ധം 1 : $(x-1)$

രും തുല്യമാകയാൽ $x:1=1:(x-1)$

സമാനുപാതമായതിനാൽ $x(x-1)=1\times1$

$ie, x^2-x=1$

$x^2-x-1=0$

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുമ്പോൾ $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ എന്നു കാണാം. അധി വില സ്വീകരിച്ചാൽ കനകാംശബന്ധം

ആയിരിക്കും $\left[\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}=1.6180339\right]$

അംശബന്ധവും ഭിന്നവും.

17000 രൂപ $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കാമോ?

തുല്യഭിന്നങ്ങളാക്കിയാൽ $\frac{9}{18}:\frac{6}{18}:\frac{2}{18}$

$\therefore 9:6:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ 9000= 6000:2000

ജ്യാമിതിയും മാനവും

ഒരു ചരട് സങ്കല്പിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഓർമ്മവരിക നീളം മാത്രമാണല്ലോ. ഇത്തരത്തിൽ നീളം മാത്രം പ്രസക്തമായ രൂപങ്ങൾ ഏകമാന രൂപങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. എന്നാൽ ഒരു പേപ്പർ ഷീറ്റിന് നീളവും വീതിയുമു്. ഇവ ചേർന്ന ഒരു തലമാണ് അതിനുളളത്. ഇങ്ങനെ നീളവും വീതിയും പരിഗണിക്കേ രൂപങ്ങൾ ദ്വിമാനരൂപങ്ങളാണ്.

ഇനി ഒരു തീപ്പെട്ടി സങ്കലപിക്കൂ. അതിന് നീളവും വീതിയും മാത്രമല്ല, ഉയരവുമു്. ഇപ്രകാരം 3 അളവുകൾ പരിഗണിക്കേവ ത്രിമാനതലത്തിലുളളവ എന്നു പറയാം.
ദ്വിമാന രൂപങ്ങളുടെ അളവ് വിസ്തീർണ്ണമെന്നും ത്രിമാനരൂപങ്ങളുടെ അളവ് വ്യാപ്തമെന്നും അറിയപ്പെടുന്നു.

ഒരു രേഖ ഏകമാനത്തിലും, വൃത്തം ദ്വിമാനത്തിലും, ഗോളം ത്രിമാനത്തിലുമാണ്. എങ്ങനെ പലമാനങ്ങളിലുള്ള വസ്തുക്കളുടെ രൂപങ്ങളെയും അവയുടെ അളവുകളെയും (നീളം, വീതി, കോൺ , വിസ്തീർണ്ണം ....) പ്രതിപ.ാദിക്കുന്നഗണിതശാസ്ത്രശാഖയാണ് ജ്യാമിതി.

അപ്മസ് പേപ്പിറസ്

നമുക്ക് ലഭ്യമായവയിൽ ഏറ്റവും പഴക്കമുള്ള ഗണിത ശാസ്ത്ര സംബന്ധിയായ രേഖയാണ് അപ്മസ് പേപ്പിറസ് എന്ന പേരിലറിയപ്പെടുന്നത് അഹ്മസ് $\frac{n(n-1)}{2}-n$ എന്ന ഈജിപ്തകാരൻ പകർത്തിയെഴുതിയത് എന്നാണ് ഇതിന്റെ ആമുഖത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത്. ഈ പകർപ്പ് ബി.സി. 1650 ലാണ് എടുത്തിട്ടുളളത് എന്ന് കണക്കാക്കിയിട്ടു്. മറ്റുചില സൂചനകളിൽ നിന്ന് മൂലഗ്രന്ഥത്തിന്റെ കാലം ബി.സി 2000 ആയിരിക്കാമെന്ന് ഊഹിക്കുന്നു.

84 പ്രശ്നങ്ങളും അവയുടെ ഉത്തരങ്ങളുമാണ് ഇതിന്റെ പ്രതിപാദ്യം. ബീജഗണിതത്തിലെയും ജ്യാമിതിയിലെയും പ്രശ്നങ്ങളാണിവ.

ഈ രേഖ ഇപ്പോഴുളളത് ബ്രിട്ടീഷ് മ്യൂസിയത്തിലാണ്.

സിന്ധുനദീതട ജ്യാമിതി.

ക്രിസ്തുവിന് ഏതാ് 3000 വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പ് സിന്ധുനദിയുടെ തീരത്ത് കൃഷിയിൽ അധിഷ്ഠിതമായ ഒരു സംസ്കാരമാണ് നില നിന്നിരുന്നത്. അന്നത്തെ വീടുകളും പട്ടണങ്ങളുമെല്ലാം ആസൂത്രണം ചെയ്തിരിക്കുന്നത് പരിശോധിച്ചാൽ ഇവർക്ക് ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളെക്കുറിച്ച് ധാരണയുായിരുന്നുവെന്ന് അനുമാനിക്കാം.

ഇവിടെ നിന്ന് കിട്ടിയ ഇഷ്ടികകൾ പല വലിപ്പത്തിലുളളവയാണെങ്കിലും അവയുടെയെല്ലാം നീളവും വീതിയും ഉയരവും തമ്മിലുളള അംശബന്ധം 4:2:1 ആണ്.

ഏറ്റവും ഉറപ്പുളള ഇഷ്ടികകൾക്ക് ഇന്നും ഏതാ് ഈ അംശബന്ധം തന്നെയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്

വികർണ്ണങ്ങളുടെ എണ്ണം

'n' **വശങ്ങളുളള ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കാൻ**

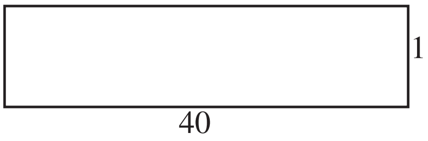
എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കാം.

ഉദാ: 6 വശങ്ങളുളള ബഹുഭൂജത്തിന് $\frac{6\times5}{2}-6=9$ **വികർണ്ണങ്ങളുാകും.**

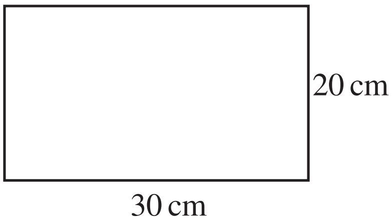
സമത്വത്തിന്റെ മഹത്വം

1 മീറ്റർ നീളമുള്ള കനം കുറഞ്ഞ ഒരു കമ്പി വളച്ച് ചതുരാകൃതിയിൽ ഒരു രൂപമുാക്കണം. ഏതു രൂപത്തിനായിരിക്കും കൂടുതൽ പരപ്പളവ്?

ഈ കമ്പികൊ് പലതരം ചതുരങ്ങൾ ഉാക്കാം. 40.സെ. മീ, 10 സെ.മീ ഉള്ള മെലിഞ്ഞ ചതുരം,



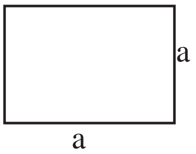
അല്ലെങ്കിൽ 30 സെ.മീ, 10 സെ. മീ ഉള്ള തടിച്ച ചതുരമാകാൻ.



ഇതിൽ ആദ്യത്തേതിന്റെ പരപ്പളവ് 400 ച.സെ.മീ ഉം രാമത്തേതിന്റെ പരപ്പളവ് 600 ച. സെ. മീ ഉം ആണ്. എന്നാൽ നീളവും വീതിയും തുല്യമാക്കിയാൽ അതായത് സമചതുരമാക്കിയാൽ പരപ്പളവ് 625 ച.സെ.മീ ആയിരിക്കും.

അതായത് ഒരേ ചുറ്റളവുള്ള ബഹുഭുജങ്ങളിൽ ഏറ്റവും വിസ്തീർണ്ണമുള്ളത് സമരൂപങ്ങൾക്കായിരിക്കും.

ഇത് ബീജഗണിതമുപയോഗിച്ച് തെളിയിക്കാം. $(a^2 - x)$



a വശമായ ഈ സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ച. യൂണിറ്റ് ആണല്ലോ.

ഇതിന്റെ ഒരു വശം $a + x$ ആയി വർദ്ധിപ്പിച്ചു. അപ്പോൾ ചുറ്റളവ് മാറാതിരിക്കണമെങ്കിൽ മറുവശം ആകണമല്ലോ. അപ്പോൾ കിട്ടുന്ന ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $(a + x)(a - x) = a^2 - x^2$ ആയിരിക്കും.

ഇത് നേക്കാൾ ചെറുതാണല്ലോ. അതായത് ചുറ്റളവ് തുല്യമായാൽ സമചതുരത്തിനാണ് പരപ്പളവ് കൂടുതലെന്നു കാണാം.

അതുപോലെ തന്നെ നിശ്ചിത വ്യാപ്തമുള്ള ചതുരപ്പെട്ടികളിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം സമചതുരപ്പെട്ടിയ്ക്ക് (ക്യൂബ്) ആണ്. ദ്വിമാന വസ്തുതയ്ക്ക് തുല്യമായ ത്രിമാന വസ്തുതയാണിത്.

നിശ്ചിത ചുറ്റളവുള്ള എല്ലാ രൂപങ്ങളിലും വച്ച് ഏറ്റവും കൂടുതൽ വിസ്തീർണ്ണം വൃത്തത്തിനാണ്.

ഇതിന്റെ ത്രിമാന വസ്തുതയല്ലേ നമ്മുടെ ചായക്കോപ്പകൾ ഗോളാകൃതിയിലാകാൻ കാരണം?

യൂക്ലിഡിന്റെ അൽഗോരിതം

ഉ.സ.ഘയിൽ

60ന്റെയും 45ന്റെയും ഉസാഘ, ഘടകങ്ങൾ കാണാതെ എങ്ങനെ കാണാം?

$$60 = 1 \times 45 + 15$$

$$45 = 3 \times 15 + 0$$

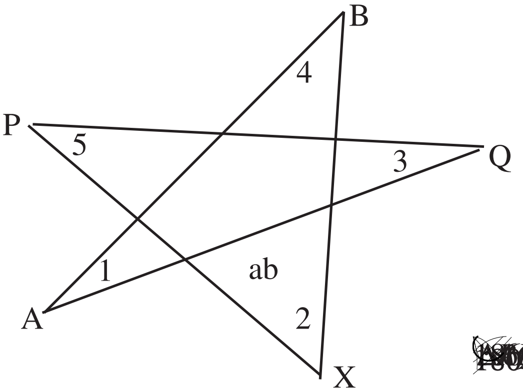
ശിഷ്ടം പൂജ്യമായി $\therefore 15$ ആണ് ഉ.സാ ഘ.

ശിഷ്ടം പൂജ്യമായി

ആണ് ഉ.സ.ഘ

യൂക്ലിഡിന്റെ ജ്യാമിതി

5 മൂലകളുള്ള ഒരു നക്ഷത്രത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക എത്ര?



$1+2+3+4=5$ =എത്ര?

ന്റെ ബാഹ്യകോണായ a=3+5

യുടെ ബാഹ്യകോണായ b = 1+4

$$186 = 2 \times 84 + 18$$

$$84 = 4 \times 18 + 12$$

$$18 = 1 \times 12 + 6$$

$$12 = 2 \times 6 + 0$$

തികോണം XRC പരിഗണിച്ചാൽ 2+a+b=

$2 + a + b = 2 + 3 + 5 + 1 + 4 = 180^0$

$\therefore$ നക്ഷത്രത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക =

(ബാഹ്യകോണിന്റെ അളവ്, ആന്തര വിദൂരകോണുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

കഴുതപ്പാലം

യൂക്ലിഡിന്റെ അഞ്ചാമത്തെ സിദ്ധാന്തം "ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണത്തിന്റെ പാദകോണുകൾ തുല്യമാണ് "എന്നത് കഴുതപ്പാലം എന്ന പേരിലാണ് പുകാലത്ത് അറിയപ്പെട്ടിരുന്നത്.

കാരണം, ഈ സിദ്ധാന്തം തെളിയിക്കുന്നതിലെ യുക്തി, ബുദ്ധിശൂന്യർക്ക്" അപ്രാപ്യമാണെന്നും ഈ പാലം കടന്ന് യൂക്ലിഡിന്റെ ജ്യാമിതയിലേയ്ക്ക് പ്രവേശിക്കാൻ ഇവർക്ക് കഴിയില്ലെന്നുമാണ് ഈ പ്രയോഗത്തിന്റേ സൂചന.

ആമയും മുയലും ബീജഗണിതവും

ആമയും മുയലും തമ്മിൽ ഒരു ഓട്ടപ്പന്തയം. മുയലിന് 1 മണിക്കൂറിൽ 8 കിലോ മീറ്റർ ഓടാൻ കഴിയും. ആമയ്ക്ക് മണിക്കൂറിൽ 2 കി.മീ.മാത്രവും അതിനാൽ മത്സരം തുടങ്ങുമ്പോൾ ആമ 4 കി.മീ മുന്നിൽ നിൽക്കാൻ മുയൽ സമ്മതിച്ചു. മത്സരം തുടങ്ങി. എപ്പോഴാണ് മുയൽ ആമയുടെ ഒപ്പമെത്തുക?

ഒപ്പമെത്താൻ വേ സമയം t മണിക്കൂർ എന്ന് സങ്കൽപിക്കുക.

എങ്കിൽ t മണിക്കൂർ കൊ് മുയൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം 8 t കി.മീ യും ആമ സഞ്ചരിക്കുന്നത് 2 t കി മീ യും ആയിരിക്കുമല്ലോ.

എന്നാൽ തുടക്കസ്ഥലത്ത് നിന്ന് 4 കി.മീ മുന്നിലാണല്ലോ ആമ നിന്നത്. അതുകൊ് t മണിക്കൂർ കൊ് ആമ എത്തിയ ദൂരം

$2t+4$ കി.മീ ആണ്.

$8t$ യും $2t+4$ ഉം തുല്യമാകുമ്പോൾ t എത്രയെന്നറിഞ്ഞാൽ മതിയല്ലോ.

മണിക്കൂർ
= 40 മിനിട്ട്

മത്സരം ആരംഭിച്ച് 40 മിനിട്ട് കഴിയുമ്പോൾ മുയൽ ആമയ്ക്കൊപ്പമെത്തും

എന്നാൽ മത്സരം 40 മിനിട്ടിനുമുമ്പ് ഉപേക്ഷിച്ചാലോ? പഴയ കഥ തുടരും. മുയൽ തോറ്റതുതന്നെ ?

ഒരു വിരോധാഭാസം

പൈഥഗോറസും കൂട്ടരും ഒരിക്കൽ ഉല്ലാസയാത്ര പോയി. കൂട്ടത്തിൽ ഹിപ്പാസസ് എന്ന യുവാവുമുായിരുന്നു. കപ്പലിന്റെ ഒരറ്റത്തുനിൽക്കുകയായിരുന്നു പൈഥഗോറസിനു മുന്നിൽ തന്റെ കയ്യിലുായിരുന്ന കത്തികൊ് ഹിപ്പാസസ് ഒരു സമചതുരം വരച്ചു. അതിന്റെ വശത്തിൽ 's' എന്നും വികർണ്ണത്തിൽ 'd' എന്നും എഴുതിയ ശേഷം അദ്ദേഹം വികർണ്ണത്തിലൂടെ കത്തിപായിച്ചുകൊിരുന്നു. പൈഥഗോറസിനു കാര്യം മനസ്സിലായെങ്കിലും ഒന്നും പറഞ്ഞില്ല. പക്ഷേ സംഘം യാത്രകഴിഞ്ഞു തിരിച്ചെത്തിയപ്പോൾ കൂട്ടത്തിൽ ഹിപ്പാസസ് ഉായിരുന്നില്ല എന്നാണ് കഥ.

കാരണം പൈഥഗോറിയന്മാരുടെ വിശ്വാസം ഈ പ്രപഞ്ചം ഭരിക്കുന്നത് സംഖ്യകളാണ്– മാത്രമല്ല പൂർണ്ണ സംഖ്യകളും അവയുടെ അംശബന്ധമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുമാണെന്നായിരുന്നു. ഇതല്ലാതെയുള്ള സംഖ്യകളെക്കുറിച്ച് ചിന്തിക്കുന്നതുപോലും കുറ്റകരമായിരുന്നു. ഇതുതന്നെയാണ് ഹിപ്പാസസിന്റെ ദുരന്തത്തിനുകാരണവും.

വിരോധാഭാസമെന്നു പറയട്ടെ – പൈഥഗോറസിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ സംഭാവനയായി കരുതുന്നത് അഭിന്നകങ്ങളുടെ കു പിടിത്തമാണ്.

2 മുതൽ 10 വരെ സംഖ്യകൾ കൊ് ഹരിക്കാമോയെന്നന്നു പരിശാധിക്കാൻ ചില കുറുക്കുവഴികൾ

2– സംഖ്യയുടെ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം 0,2,4,6,8 ഇവയിലേതെങ്കിലുമാണെങ്കിൽ 2 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം

3– സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയെ 3 കൊ് ഹരിക്കാമെങ്കിൽ സംഖ്യയേയും ഹരിക്കാം.

9– 9 നും 3ന്റെ നിയമം തന്നെ

4– അവസാനത്തെ 2 അക്കങ്ങൾ (പത്തും, ഒറ്റയും) 4 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ 4 കൊ് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.

5– ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് 0,5 ഇവയിലേതെങ്കിലും വരുന്ന സംഖ്യകൾ 5 ൻഐ ഗുണിതഫലങ്ങളാണ്.

6– ഒരു സംഖ്യയെ 2 കൊും 3 കൊും ഹരിക്കാമെങ്കിൽ സംഖ്യവെ 6 കൊും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.

8 – സംഖ്യ 2 കൊും 4 കൊും ഹരിക്കാവുന്നതാണെങ്കിൽ 8 കൊും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്നതായിരിക്കും.

10– ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം '0' ആയി വരുന്ന സംഖ്യകളെല്ലാം 10 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്. 7 കൊ് ഹരിക്കാനുള്ള മാർഗ്ഗം അത്രകുറുക്കുവഴിയല്ല.

ഉദാ:– 1498, 7 ന്റെ ഗുണിതമാണോ?

1) 1 വെട്ടി 1 X3 കൂട്ടുക

2) 7വെട്ടി 7X3 കൂട്ടുക

3) 1 വെട്ടി 1X3 കൂട്ടുക

പൈഥഗോറസ്

ജനനസ്ഥലം വർഷം എന്നിവ സംബന്ധിച്ച് വ്യത്യസ്തമായ അഭിപ്രായങ്ങളാണുള്ളത്. BC 560, BC 582, BC 581 എന്നിങ്ങനെ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ വർഷങ്ങൾ കൊടുത്തുകൊണുന്നു. ഏഷ്യാമൈനറിന്റെ തീരത്തുള്ള സാമോസ് ദ്വീപിൽ ജനിച്ചുവെന്ന് പൊതുവെ വിശ്വസിക്കുന്നു. പിതാവ് മ്നെസാർക്കസ്, മാതാവ് പിഥായിസ്.

ചെറുപ്പം മുതലേ അതീവ ബുദ്ധിവൈഭവം പ്രകടിപ്പിച്ചിരുന്ന പൈഥഗോറസ് സംഗീതം, തത്വശാസ്ത്രം എന്നിവയിൽ പ്രാവീണ്യം നേടിയിരുന്നു. തികഞ്ഞ ഈശ്വരവിശ്വാസിയായിരുന്ന ഇദ്ദേഹം 'പൈഥഗോറിയൻ സഹോദരസംഘം' എന്ന സംഘടന രൂപീകരിച്ചു. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ നിരവധി കുപിടുത്തങ്ങൾ നടത്തുന്നതിന് ഈ സംഘടനയ്ക്കായി.

വിജ്ഞാന ദാഹിയായ പൈഥഗോറസ് അക്കാലത്തെ പ്രസിദ്ധങ്ങളായ എല്ലാ വിജ്ഞാന കേന്ദ്രങ്ങളും സന്ദർശിച്ച് പഠിക്കുകയുായി ഇന്ത്യയിലും എത്തുകയുായി. പ്രസിദ്ധ ഗണിതജ്ഞനായിരുന്ന 'ഥെയിൽസ്' അദ്ദേഹത്തിന്റെ ഗുരുവായിരുന്നു.

സംഖ്യകൾക്ക് വലിയ ശക്തിയുന്നെും അത് മനുഷ്യജീവിതത്തെ സ്വാധിനിക്കുമെന്നും അദ്ദേഹം വിശ്വസിച്ചു. ഇരട്ടസംഖ്യകളെ പെൺ സംഖ്യകളായും ഒറ്റസംഖ്യകളെ പുരുഷ സംഖ്യകളായും കണക്കാക്കി 5 നെ വിവാഹ സംഖ്യയായും പരിഗണിച്ചു പോന്നു.

ഗണിതശാസ്ത്രം, ജ്യോതിശാസ്ത്രം എന്നിവക്ക് അത്യതമായ സംഭാവനകൾ നൽകി.

"ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബ വശങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക അതിന്റെ കർണത്തിന്റെ വർഗത്തിനുതുല്യമായിരിക്കും" ഈ തത്വം ആവിഷ്കരിച്ചത് പൈഥഗോറസാണെന്ന് കരുതുന്നു. അതുകൊ് ഈ തത്വം പൈഥഗോറസ് നിദ്ധാന്തം എന്ന പേരിൽ അറിയപ്പെടുന്നു.

പൈഥഗോറിയൻ സംഖ്യാത്രയങ്ങൾ

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളായി വരാവുന്ന സംഖ്യകളാണ് പൈഥഗോറിയൻ സംഖ്യാത്രയങ്ങൾ.

1. പ്ലേറ്റോവിന്റെ സൂത്രവാക്യം

ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയായാൽ $\{2n, n^2-1, n^2+1\}$ $\{p^2-q^2, 2pq, p^2+q^2\}$ ഒരു പൈഥഗോറിയൻ ഗണമായിരിക്കും.

2. പൈഥഗോറിയൻമാരുടെ സൂത്രവാക്യം. ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയായാൽ. $\left\{ n, \frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2} \right\}$ ഒരു പൈഥഗോറിയൻ ഗണമായിരിക്കും.

3. യൂക്ലിഡിന്റെ സൂത്രവാക്യം

p, q ഇവ

നിബന്ധനകൾ

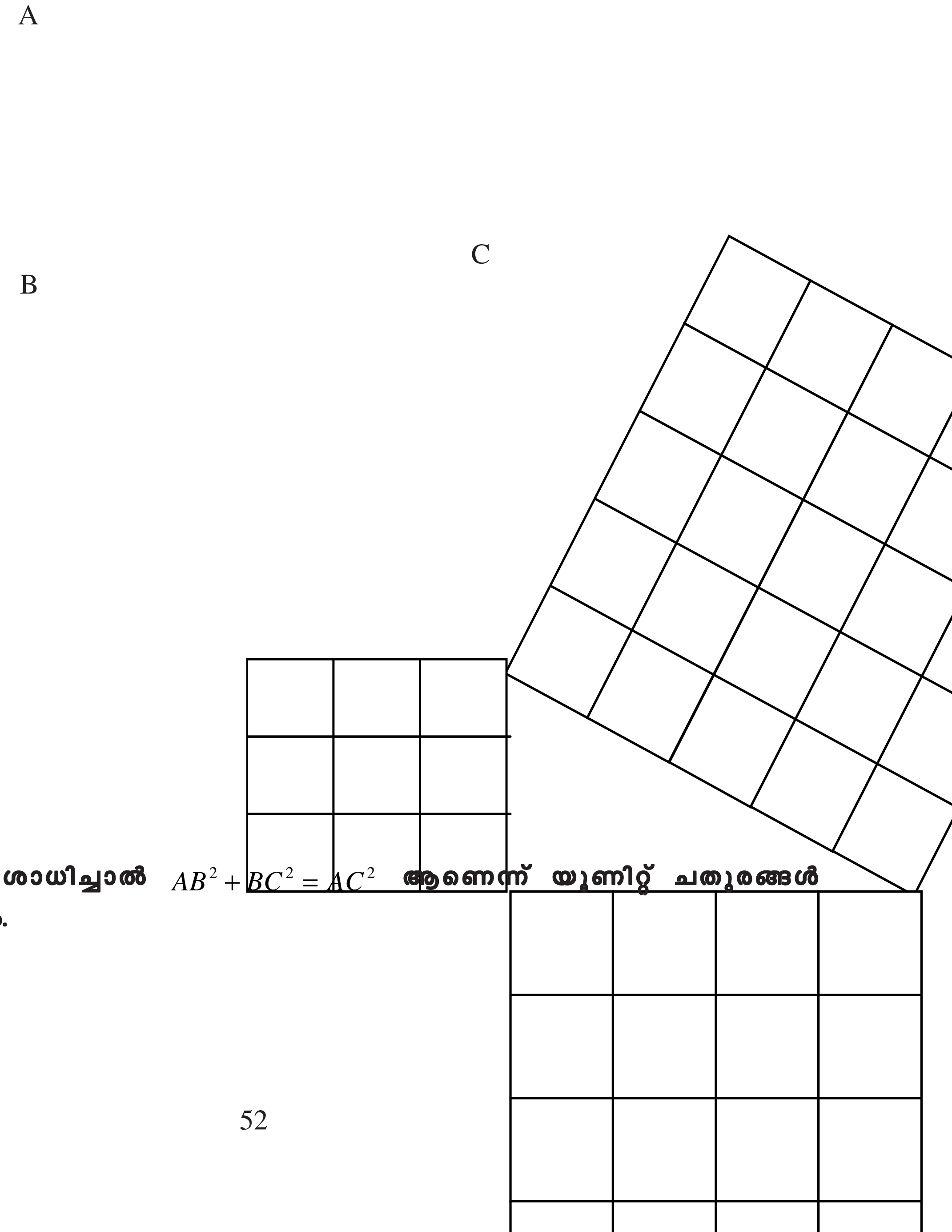
a) p ഉം വും എണ്ണൽ സംഖ്യകളായിരിക്കണം

b) ആയിരിക്കണം.

c) എന്നിവയ്ക്ക് 1 ഒഴികെ പൊതുഘടകങ്ങൾ കാണരുത്.

d) ഇവ ഒരേ സമയം ഒറ്റ സംഖ്യയാകരുത്.

പൈഥഗോറസ് സിദ്ധാന്തം



മട്ടത്രികോണം ABC പരിശോധിച്ചാൽ $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ആണെന്ന് യൂണിറ്റ് ചതുരങ്ങൾ എണ്ണിനോക്കിയാൽ കാണാം.

ചില രസമുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ

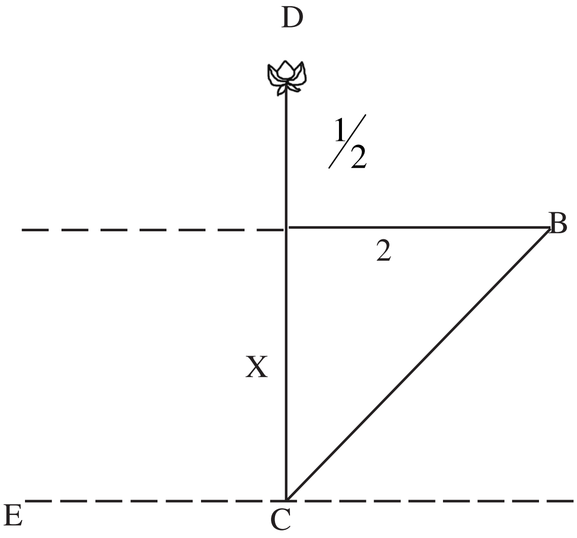
1. 5 അടി നീളമുള്ള ഒരു കമ്പി ബസ്സിൽ കൊു പോകണം. എന്നാൽ 4 അടി നീളംമുള്ള വസ്തു മാത്രമേ ബസ്സിൽ കൊു പോകുവാൻ അനുവാദമുള്ളു. കമ്പി മുറിയ്ക്കാതെ വളയ്ക്കാതെ എങ്ങിനെ കൊു പോകുവാൻ കഴിയും.

ഉത്തരം

4 അടിനീളവും 3 അടി വീതിയുമുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ കോണോടുകോൺ വച്ച് കൊു പോകാം.

2. ലീലാവതിയിൽ നൽകിയ പ്രശ്നം. ചക്രവാകങ്ങളാലും കൗഞ്ചപക്ഷികളാലും ഇളക്കപ്പെട്ട തടാകത്തിൽ ഒരിടത്ത് ജല നിരപ്പിൽ നിന്നു അരഹസ്തം നീളത്തിൽ ഒരു താമരമൊട്ട് ഉയർന്നു നിൽക്കുന്നു. കാറ്റുകൊ് പതുക്കെ പതുക്കെ ചലിക്കപ്പെട്ട ആ താമരമൊട്ട് രുഹസ്തം അകലെയെത്തിയപ്പോൾ മുങ്ങിപ്പോയി. എന്നാൽ ഹേ, ഗണിത കോവിദാ, അവിടെ വെള്ളത്തിന് എത്ര ആഴമുന്നെ് പറയുക?

ഉത്തരം



തടാകത്തിലെ ഭൂനിരപ്പ്

D **താമര** AD **ജലനിരപ്പിൽ നിന്നും ഉയർന്ന ഭാഗം ചലിച്ച ദൂരം** AB **മുങ്ങിയസ്ഥാനം** BC. $BC = 1/2 + x$ **ആയിരിക്കും.**

പൈഥഗോറസ് സിദ്ധാന്തപ്രകാരം

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$\left(x + 1/2\right)^2 = x^2 + 2^2$$

$$x^2 + x + 1/2 = x^2 + 4$$

$$x + 1/2 = 4$$

$$x = G - 1/4 = 3\frac{3}{4}$$

കുസൃതി കണക്കുകൾ

1. 5 ഒന്നുകൾകൊ് 100 ആക്കുന്നതെങ്ങിനെ?

ഉത്തരം

111-
<u>11</u>
100

2. 5 **ലിറ്റർ 8 ലിറ്റർ അളവു പാത്രങ്ങൾ മാത്രമേ കടയിലുള്ളു. 2 ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണ എങ്ങനെ അളന്നെടുക്കാം?**

3.

	1
	2
	7
	8

	9
	5
	4
	3

ഇഷ്ടികകൾ 4 എണ്ണം വീതം അടുക്കിവച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവയുടെ തുക തുല്യമാക്കുക. ഇഷ്ടികകളുടെ എണ്ണം മാറരുത്.

ഉത്തരം: 9 എന്ന ഇഷ്ടിക തിരിച്ചുവച്ചാൽ 6 ആകുന്നു.

4. ഒരു ക്യൂവിലെ ഇരുവശത്തുനിന്ന് എണ്ണുമ്പോഴും കുമാരന്റെ സ്ഥാനം 30–ാംമതാണ്. ഈ ക്യൂവിൽ എത്ര പേരു്.

ഉത്തരം

ഇരുഭാഗത്തുനിന്നും എണ്ണുമ്പോൾ കുമാരന് തൊട്ടുമുൻപ് വരെ 29 പേർ വീതം 58 പേരും കുമാരനും കൂടി ചേരുമ്പോൾ 59 പേർ ആകെയുാകും.

5. അച്ഛൻ, അമ്മ, മകൻ എന്നിവർക്ക് പുഴകടന്നു വേണം വീട്ടിലെത്തുവാൻ അച്ഛൻ 60kg, അമ്മ 40kg, മകൻ 20kg തോണിയിൽ കടത്തുകാരൻ ഇല്ലായിരുന്നു. അവർ തോണിയിൽ പോകുവാൻ തീരുമാനിച്ചു. പക്ഷേ 60 kg ൽ കൂടുതൽ ഭാരം കയറിയാൽ തോണി മുങ്ങിപോകും. അവർക്ക് അക്കരെ കടക്കുവാനുള്ള വഴി പറയാമോ

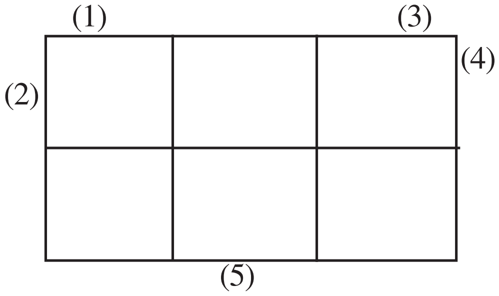
6. കുറച്ചു സ്ത്രീകൾ യാത്രപുറപ്പെട്ടു അവരിൽ ര് അമ്മമാർ ര് പുത്രിമാർ ഒരു അമ്മൂമ്മ. ഒരു പേരക്കുട്ടി. അവർ എത്രപേർ?

3 പേർ

7. രമേഷും രശ്മിയും സഹോദരി സഹോദരൻമാരാണ്. രമേഷിന് സഹോദരൻമാരേക്കാൾ ഇരട്ടി സഹോദരിമാരു്. രശ്മിക്കാവട്ടെ സഹോദരി സഹോദരൻമാരുടെ എണ്ണം തുല്യമാണ്. എങ്കിൽ സഹോദരി സഹോദൻമാർ എത്ര?

3 സഹേദരൻ ⟶ 4 സഹോദരി

8. 5 വരകൾ നീക്കി 3 ചതുരം നിർമ്മിക്കുക?



9. **30 സെക്കന്റു കൊ് ഉത്തരം പറയുക?**

'0'

10. 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ഒരിക്കൽ മാത്രം കൂട്ടി 99999 കിട്ടും എങ്ങിനെ.

11. 8+8+8=24 മറ്റൊരു അക്കം മൂന്നു തവണ ഉപയോഗിച്ചാലും 24 കിട്ടും എങ്ങിനെ?

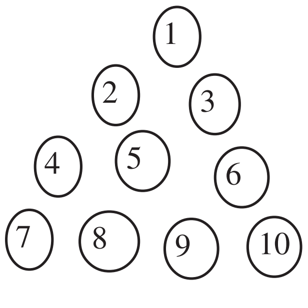
22+2=24 ര് മൂന്ന് എണ്ണം

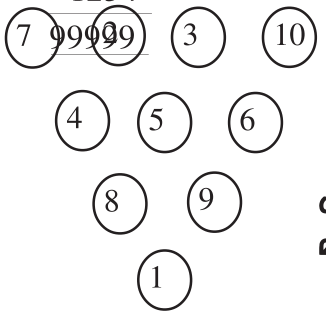
12. തൃശൂരിൽ നിന്നും എറണാകുളത്തേക്ക് 1 മണിക്കൂറും 20 മിനിറ്റും സമയം കൊ് എത്തി. ഇതേവേഗതയിൽ തിരിച്ചു യാത്ര ചെയ്തപ്പോൾ 80 മിനിറ്റേ വേി വന്നുള്ളു എന്തുകൊ്?

13. താഴെ അടുക്കിവെച്ചിരിക്കുന്ന നാണയങ്ങളുടെ ശീർഷം താഴോട്ടാക്കുക. 3 നാണയങ്ങൾ മാത്രം മാറ്റാം.

98765 $9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1\times0$

1234





ശരിചിഹ്നം കാണുന്നവ മാത്രം മാറ്റിയാൽ മതി.

14.

$$1\times8+1 \qquad =9$$
$$11\times8+11 \qquad =99$$
$$111\times8+111 \quad =999$$
$$1111\times8+1111=999$$

15. $(2+2+2)\div(2+2+2)=1$

$\left(\frac{2}{2}\right)\times\left(\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{2}{2}\right) \quad =2$

$\left(\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{2}{2}\right)+\frac{2}{2} \quad =3$

$2+2+2+2-2-2 \quad =4$

$2+2+2-2+\frac{2}{2} \quad =5$

പത്തുവരെ എഴുതാമോ?

16.

17.

$0\times9+1 = 1 \quad =1$

$1\times9+2 = 11$

$12\times9+3 = 111$

$123\times9+4 = 1111$

$1234\times9+5 = 11111$

$12345\times9+6 = 111111$

18. ഭിക്ഷക്കാരിയായ യുവതിയോട് വീട്ടമ്മ "നീ ഇത്ര ചെറുപ്പത്തിൽ എന്തിനാ ഇങ്ങനെ ഭിക്ഷയെടുക്കുന്നത്? നല്ല ആരോഗ്യമുണ്ടല്ലോ ഭിക്ഷയെടുത്താൽ നിനക്ക് എന്തു കിട്ടും" "ദിവസവും 10 രൂപ കിട്ടും" യുവതി പറഞ്ഞു ഞാൻ നിനക്ക് ദിവസം 16 രൂപ വച്ചു തരാം ഭക്ഷണം സൗജന്യം. പക്ഷേ കൃത്യമായി ജോലിക്കു വരണം. വരാത്തദിവസം നീ 20 രൂപ വീതം തരണം സമ്മതമാണോ?

ഭിക്ഷക്കാരി 36 ദിവസം കഴിഞ്ഞ് കണക്ക് പരിശോധിച്ചപ്പോൾ ഭിക്ഷക്കാരിക്ക് ഭക്ഷണം മാത്രം മിച്ചം. രുപേർക്കും അങ്ങോട്ടും ഇങ്ങോട്ടും ഒന്നും കൊടുക്കേണ്ടി വന്നില്ല. എങ്കിൽ ആ സ്ത്രീ എത്ര ദിനം ജോലി ചെയ്തു?

ഉത്തരം

പണി	**: പണിയാത്തത്**	=	**16:20**
		=	**4:5**
പണിയുടെ കൂലി		=	**ഭാഗം**
ആകെ ദിനങ്ങൾ		=	**36**
പണിദിനങ്ങൾ		=	$36\times\frac{4}{9}$
		=	**16 ദിനങ്ങൾ**
പണിയാത്ത ദിനങ്ങൾ		=	$36\times\frac{5}{9}$
		=	**20 ദിനങ്ങൾ**

19. മൂന്നക്കസംഖ്യ എഴുതുക. അതിന്റെ വലതു വലതുഭാഗത്ത് അതേ അക്കങ്ങൾ വീും എഴുതി 6 അക്കസംഖ്യയാക്കുക. തുടർന്ന് 7,11,13 എന്നീ സംഖ്യകൾകൊ് ക്രമമായി ഹരിക്കുക? എന്താണ് കാണുന്നത്? എന്തുകൊ്.

ഉത്തരം

മൂന്നക്കസംഖ്യയെ 1001 കൊ് ഗുണിക്കുമ്പോഴാണ് അക്കങ്ങൾ വലതുവശത്ത് ആവർത്തിക്കുന്നത്.

ആയതിനാൽ ഇവകൊ് ഹരിക്കുമ്പോൾ 1001 കൊാണ് ഹരിക്കുന്നത്.

20. അക്കങ്ങൾ വ്യത്യസ്തമായ മൂന്നക്കസംഖ്യ എഴുതുക. അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചിട്ട് കുറയ്ക്കുക. ഉത്തരമായി വരുന്ന സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചിട്ട് കൂട്ടുക.

എത്രയാളുകൾ ഇതുചെയ്താലും എല്ലാവർക്കും ഒരേ ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നു.

21. ആദ്യത്തെ അക്കവും അവസാന അക്കവും തുല്യമായ ഒരു മൂന്നുക്കസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ കൂട്ടുക. കൂട്ടി കിട്ടിയ സംഖ്യ കുറയ്ക്കുക. 9 കൊ് ഹരിക്കുക. ഉത്തരം പറഞ്ഞാൽ വിചാരിച്ചസംഖ്യ പറയാം.

ഉത്തരം: അവസാന ഉത്തരത്തെ കൊ് 11 ഹരിച്ചാൽ ഹരണഫലമായിരിക്കും ആദ്യ അക്കം. ശിഷ്ടം രാമത്തെ അക്കം. ആദ്യ അക്കം തന്നെയായിരിക്കും മൂന്നാം അക്കവും.

22. ഒരു നാലക്കസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ കൂട്ടുക കൂട്ടികിട്ടിയ തുക സംഖ്യയിൽ നിന്നും കുറയ്ക്കുക. കുറച്ചുകിട്ടിയ സംഖ്യയിലെ ഇഷ്ടമുള്ള ഒരു അക്കം വെട്ടുക. മറ്റക്കങ്ങൾ പറഞ്ഞാൽ വെട്ടിയ അക്കം പറയാം.

യുക്തി: അക്കങ്ങളുടെ ആകെ തുക 9 ന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും. വെട്ടാത്തസംഖ്യയുടെ തുകയോട് എത്ര കൂട്ടിയാലാണോ തൊട്ടടുത്ത 9 ന്റെ ഗുണിതം കിട്ടുന്നത് ആസംഖ്യയായിരിക്കും വെട്ടിയത്.

23. ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യ പറയുക. ഈ സംഖ്യയോട് മറ്റു 4 സംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന ഉത്തരം ആദ്യമേ പറയാം. കൂട്ടേസംഖ്യ (2–ാം സംഖ്യ) പറയാൻ വീും അവസരം കൊടുക്കാം. മൂന്നാം സംകൃ നിങ്ങൾ പറയുക. 4ാം സംഖ്യ അവർപറയട്ടെ 5–ാം സംഖ്യ നിങ്ങൾ പറയുക?

$(a+1)3+1+a=4a+4$

യുക്തി:

ആദ്യ സംഖ്യ പറഞ്ഞത് 236 ആണെന്നു കരുതുക.

ഉത്തരമായി വരുന്ന സംഖ്യയുടെ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് 2 ആയിരിക്കും മറ്റു സംഖ്യകൾ ആദ്യ സംഖ്യയിൽ നിന്നും ര് കുറച്ചതായിരിക്കും.

ഇവിടെ 2234 ആയിരിക്കും

ഉത്തരം

236 +
142
857
543
456
———
2234

രാം സംഖ്യപറയട്ടെ 142 അടുത്ത സംഖ്യ നിങ്ങൾ പറയുമ്പോൾ തൊട്ടു മുൻപിലെ സംഖ്യയുടെ ഓരോ അക്കവും നിങ്ങൾ പറയുന്ന സംഖ്യയിലെ അക്കവും തമ്മിൽ കൂട്ടിയാൽ 9 ആയിരിക്കണം. 142 ആയതിനാൽ 2+7=9, 4+5=9, 1+8=9 ആയതിനാൽ നിങ്ങൾ പറയേത് 857.

24. ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. ഒന്ന് കൂട്ടുക. കൂട്ടിയതിനെ മൂന്നുകൊ് ഗുണിക്കുക. വീും ഒന്ന് കൂട്ടുക. വിചാരിച്ച സംഖ്യ കൂട്ടുക. ഉത്തരം പറഞ്ഞാൽ ആദ്യ സംഖ്യ പറയാം.

യുക്തി: അവസാന ഉത്തരത്തിൽ നിന്നും 4 കുറച്ച് 4 കൊ് ഹരിക്കുക.

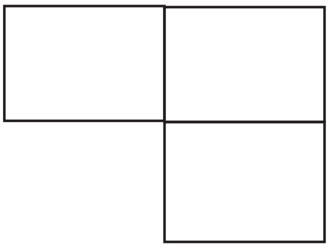
25. ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. നൂറാം സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തെ 2 കൊ് ഗുണിക്കുക. 5 കൂട്ടി 5 കൊ് ഗുണിക്കുക. പത്താം സ്ഥാനത്തെ അക്കം കൂട്ടുക 10 കൊ് ഗുണിക്കുക. ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കൂട്ടുക ഫലം പറഞ്ഞാൽ വിചാരിച്ച സംഖ്യ പറയാം.

യുക്തി: ഫലത്തിൽ നിന്നും 250 കുറയ്ക്കുക.

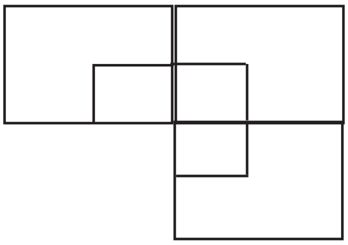
26. 12345679 എന്ന സംഖ്യയെ ഒരു സംഖ്യ കൊ് ഗുണിക്കുക. ഇനി 9 കൊ് ഗുണനഫലത്തെ ഗുണിക്കുക.

27. സ്ഥലം ഭാഗിക്കൽ

ഈ സ്ഥലം 4 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കണം ഒരേ ആകൃതിയായിരിക്കണം.



ഉത്തരം



28.

$$37\times3=111 \quad =37\times3\times1$$
$$37\times6=222 \quad =37\times3\times2$$
$$37\times9=333 \quad =37\times3\times3$$
$$37\times12=444=37\times3=4$$
$$37\times15=555=37\times3\times5$$
$$37\times18=666=37\times3\times6$$

$$56^2-45^2 = 11$$
$$56^2-45^2 = 1111$$
$$556-445 = 111$$
$$556^2=445^2 = 111111$$
$$5556-4445 = 1111$$
$$5556^2-4445^2 = 11111111$$
$$55556-44445 = 11111$$
$$55556-44445^2 = 1111111111$$

29.